

Universität zu Köln
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Kernphysik

**Lebensdaueranalyse
angeregter Zustände in ^{57}Mn**



Bachelorarbeit

Erstgutachter: Prof. Dr. Peter Reiter
Zweitgutachter: Prof. Dr. Jan Jolie

Vorgelegt von:

Hannah Kleis

Matrikelnummer 7348126

Köln der 28.09.2022

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theoretische Grundlage	7
2.1	Nukleares Schalenmodell	7
2.1.1	$N = 32$ Unterschalenabschluss	8
2.2	Lebensdaueranalysen	9
2.2.1	Doppler-Shift Attenuation Methode (DSAM)	10
3	Experiment	13
3.1	Vorherige Messungen in ^{57}Mn	13
3.2	Aufbau und Durchführung	15
3.2.1	Wirkungsquerschnitte	17
3.3	Aufarbeitung der Daten	19
3.3.1	Kalibrierung der Detektoren	19
3.3.2	Effizienzzeichnung	20
4	Datenanalyse	22
4.1	Analyse der gemessenen Spektren	22
4.2	Gate auf Solarzellenenergie	24
4.3	Vorbereitung in APCAD	25
4.4	Lebensdaueranalyse des angeregten $11/2^-$ -Zustandes	26
4.4.1	Abstoppverhalten	27
4.4.2	Analyse in APCAD	28
4.4.3	Fehleranalyse	31
4.5	Lebensdaueranalyse des angeregten $9/2^-$ -Zustandes	34
4.5.1	Fehleranalyse	38
5	Schalenmodellrechnungen	40
5.1	Diskussion	40
6	Zusammenfassung und Ausblick	45
	Literaturverzeichnis	47
	Abbildungsverzeichnis	51
	Tabellenverzeichnis	53

1 Einleitung

Im letzten Jahrhundert gab es verschiedene Modelle des Kerns, die verschiedene Eigenschaften und physikalische Größen des Kerns erklären konnten. Das präziseste Modell ist das sogenannte Schalenmodell des Kerns, mit dem unter anderem die innere Struktur, zum Beispiel Anregungsenergien, Übergangsstärken und Einteilchenenergien präzise beschrieben werden. Eine herausragende Errungenschaft des Schalenmodells ist die Reproduktion der magischen Zahlen, welche, analog zu den Edelgaskonfigurationen in der Atomhülle, mit abgeschlossenen Schalen assoziiert werden.

Zusätzlich zu den Schalenabschlüssen bei den magischen Zahlen werden, im Rahmen des Modells, Unterschalenabschlüsse anhand erhöhter Anregungsenergien und verringerter, reduzierter Übergangswahrscheinlichkeiten vorhergesagt und bestätigt. Einer dieser Unterschalenabschlüsse befindet sich bei $N = 32$ und wurde als erstes in den Calcium-Isotopen [1–3] experimentell nachgewiesen. Theoretisch begründet sich dies auf die Wechselwirkung zwischen dem $\nu f_{5/2}$ -Orbital und dem $\pi f_{7/2}$ -Orbital. Ebenso wurde dieser Unterschalenabschluss in den gerade-gerade Ti- und Cr-Isotopen [4–7] ($Z = 22$, $Z = 24$) gefunden und durch Messungen der Übergangswahrscheinlichkeit in dem $N = 31$ -Isotop ^{55}Cr untermauert [8]. Mit steigender Protonenanzahl verschwindet der Unterschalenabschluss, so wird in den gerade-gerade Kernen ab Eisen ($Z = 26$) ein solcher Unterschalenabschluss nicht mehr beobachtet [5]. Ziel dieser Arbeit ist es den Übergang zwischen den $Z = 24$ - und $Z = 26$ -Isotopenketten anhand von Lebensdaueranalysen im $Z = 25$, $N = 32$ Isotop ^{57}Mn auf einen möglichen Unterschalenabschluss in den ungerade-gerade Isotopen zu untersuchen. Dazu wurde im August 2021 ein ^{18}O -Strahl unter Verwendung des Kölner Tandembeschleunigers auf eine Strahlenergie von 38 MeV beschleunigt. Die angeregten Zustände in ^{57}Mn wurden nach einer Neutronentransferreaktion an einem ^{55}Mn -Target populierte. Mithilfe von Solarzellen unter Rückwärtswinkeln wurden die gestreuten ^{16}O -Teilchen gemessen und koinzident dazu unter Vorwärts- und Rückwärtswinkeln die γ -Strahlung anhand von jeweils sechs und fünf hochreinen Germanium-Detektoren nachgewiesen. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Lebensdauern vom ersten angeregten $11/2^-$ - und $9/2^-$ -Zustand analysiert. Erste Lebensdauern angeregter Zustände in ^{57}Mn wurden von Nathan *et al.*

im Jahr 1978 durch eine Fusionsverdampfungsreaktion $^{48}\text{Ca}(^{13}\text{C},3\text{np})^{57}\text{Mn}$ mittels der Doppler-Shift Attenuation-Methode (DSAM) bestimmt [9]. Aus dieser Messung ergab sich eine untere Grenze von $\tau > 0,5$ ps für den $11/2^-$ -Zustand, jedoch keine Information über die Lebensdauer des $9/2^-$ -Zustands.

Zusätzlich zur Lebensdaueranalyse werden die korrespondierenden Übergangsstärken mit Ergebnissen neuer Schalenmodellrechnungen, die die Schalenmodellinteraktion GXPF1A verwenden, verglichen. Diese Ergebnisse werden für die Mn-Isotope eingeordnet und mit den Übergangsstärken und Anregungsenergien der Sc-, V-, und Co-Isotope diskutiert.

2 Theoretische Grundlage

2.1 Nukleares Schalenmodell

Der Atomkern, bestehend aus den Nukleonen (Neutronen und Protonen), ist ein Vielteilchensystem. Die unterschiedlichen Eigenschaften des Kerns, wie Bindungsenergie, Zerfallsprozesse oder auch die innere Struktur können durch unterschiedliche Kernmodelle wiedergegeben werden. Zur Beschreibung der Anregungsenergien, der Übergangsstärken und der Separationsenergien für Neutronen oder Protonen, eignet sich ein detailliertes, mikroskopisches Modell, welches durch das Schalenmodell des Kerns gegeben ist. Dabei werden die Nukleonen in einem Potential auf Orbitale, anhand ihrer Anregungsenergie, dem Spin und der Parität, separat nach dem Pauli-Prinzip aufgefüllt. Zusätzlich zu dem Kernpotential wird für die Protonen das Coulombpotential bei den Energien der Orbitale mit berücksichtigt.

Bei einer ganz bestimmten Anzahl an Protonen oder Neutronen weisen die Energien der ersten angeregten Zustände und die Zweineutronen- bzw. Zweiprotonenseparationsenergien Maxima und die Übergangsstärken Minima auf. Diese Zahlen werden in der Kernphysik die magischen Zahlen genannt und entsprechen:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 \quad (2.1)$$

Historisch konnten diese Zahlen von M. Goepfert-Mayer [10] und O. Haxel, J. H. D. Jensen und H. E. Suess [11] gleichzeitig, aber unabhängig voneinander, reproduziert werden, indem die Spin-Bahn-Kopplung der starken Wechselwirkung einbezogen wurde. In Abb. 1 sind die so erzeugten Orbitale dargestellt mit den magischen Zahlen als Schalenabschlüsse. Im Schalenmodell wird der folgende Hamiltonian verwendet:

$$H = \sum_{i=1}^A [T_i + U_i(\mathbf{r})] + \sum_{i>j=1}^A V_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A U_i(\mathbf{r}) \equiv H_0 + H_R \quad (2.2)$$

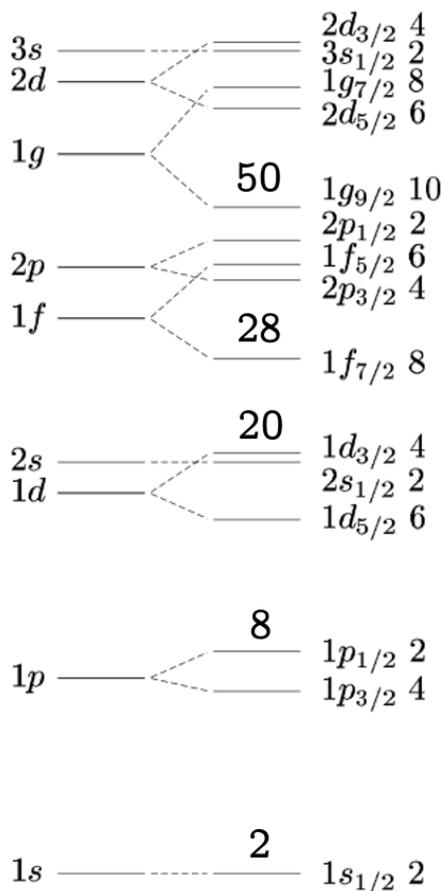


Abbildung 1: Orbitale und Schalenabschlüsse des Schalenmodells. Die Aufspaltung wird durch die Spin-Bahn-Kopplung verursacht. (Entnommen und bearbeitet aus [12])

Wobei H_0 ein Ensemble aus A unabhängigen Teilchen in einem Potential $U_i(\mathbf{r})$ beschreibt und H_R als Störung dieses Hamiltonians, durch Restwechselwirkung der Valenznukleonen außerhalb der geschlossenen Schale, zu verstehen ist.

Daher gibt es unterschiedliche Schalenmodellinteraktionen, welche die Valenznukleonen eines Kerns bezüglich eines abgeschlossenen Kerns in dem spezifischen Modellraum auffüllen. Daraus können unter anderem die Wellenfunktionen angeregter Zustände, Einteilchenenergien und Übergangswahrscheinlichkeiten berechnet werden.

2.1.1 $N = 32$ Unterschalenabschluss

Der in dieser Arbeit untersuchte Kern ^{57}Mn befindet sich mit 25 Protonen und 32 Neutronen nordöstlich vom doppelt magischen Kern ^{40}Ca mit fünf Valenzprotonen und zwölf

Valenzneutronen, welche in dem fp -Modellraum aufgefüllt werden. Südlich von ^{57}Mn wurde erstmals in den Ca-Isotopen $^{52,54}\text{Ca}$ ein Unterschalenabschluss bei $N = 32, 34$ anhand von erhöhten Levelenergien des ersten 2^+ -Zustands entdeckt [1–3]. Zusätzlich wurde ein Unterschalenabschluss bei $N = 32$ in den Titan- und Chrom-Isotopen festgestellt [4, 6]. Dieser wurde anhand von geringeren Übergangsstärken des $2_1^+ \rightarrow 0_{\text{g.s.}}^+$ -Übergangs bestätigt [5, 7]. Der Unterschalenabschluss bei $N = 32$ entsteht durch das erhöhte $\nu f_{5/2}$ -Orbital, sodass es energetisch günstiger ist, dass die vier Neutronen im $\nu p_{3/2}$ -Orbital aufgefüllt werden. Die Erhöhung und Abhängigkeit des $\nu f_{5/2}$ vom Protonenorbital $\pi f_{7/2}$ sinkt mit zunehmender Protonenanzahl im $\pi f_{7/2}$ -Orbital [3]. Daher erwartet man ein Verschwinden des Unterschalenabschlusses mit zunehmender Protonenanzahl. Bisher wurde für die Ca-, Ti- und Cr-Isotope ein solcher Unterschalenabschluss bestätigt, jedoch konnte in Eisen ein solcher nicht nachgewiesen werden [5]. In dieser Arbeit wird daher der Übergang von Chrom zu Eisen bei dem ungerade-gerade ^{57}Mn -Isoton, mit einer Neutronenzahl von $N = 32$ untersucht.

2.2 Lebensdaueranalysen

Um Aussagen über die Kernstruktur zu treffen, können die Anregungsenergien, aber auch die Übergangsstärken bei elektromagnetischen Übergängen zwischen den Niveaus mit den theoretischen Modellen verglichen werden. Die Übergangsstärke ist abhängig von der Multipolordnung λ und Art des Übergangs σ . Der Übergang kann dabei elektrisch oder magnetisch sein, $\sigma = E, M$. Die Übergangsstärke wird folgendermaßen bestimmt:

$$B(\sigma\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} |\langle I_f || M(\sigma\lambda) || I_i \rangle|^2 \quad (2.3)$$

wobei $\langle I_f || M(\sigma\lambda) || I_i \rangle$ das Matrixelement darstellt und den Ausgangszustand I_i mit dem Endzustand I_f durch den elektromagnetischen Übergangoperator $M(\sigma\lambda)$ verbindet.

Experimentell können die Lebensdauern angeregter Zustände und daraus die Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Die Lebensdauer hängt dabei unter anderem von dem Konversionskoeffizienten $\alpha(\lambda)$ und der Emissionsrate T ab.

$$\tau_{I_i} = \left(\sum_{I_f} \sum_{\lambda} T(\sigma\lambda; I_i \rightarrow I_f) \cdot [1 + \alpha(\lambda)] \right)^{-1} \quad (2.4)$$

Wobei die Übergangswahrscheinlichkeit linear in die Emissionsrate eingeht:

$$T(\sigma\lambda; I_i \rightarrow I_f) = \frac{8\pi(\lambda + 1)}{\hbar\lambda[(2\lambda + 1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} \cdot B(\sigma\lambda; I_i \rightarrow I_f) \quad (2.5)$$

Zur Messung der Lebensdauern können entweder direkte oder indirekte Methoden verwendet werden. Die Wahl der Methode hängt dabei von dem Bereich der Lebensdauer ab. In dieser Arbeit liegen die erwarteten Lebensdauern im Bereich von wenigen Pikosekunden, in welchem die Doppler-Shift Attenuation Methode (DSAM) verwendet werden kann.

2.2.1 Doppler-Shift Attenuation Methode (DSAM)

Bei dieser Methode wird die Energieverschiebung aufgrund des Doppler-Effektes ausgenutzt. Die erzeugten angeregten Kerne werden dabei in der ersten Folie des Targets erzeugt und dann durch eine zweite Folie, die direkt auf dem Target aufgebracht und als Backing bezeichnet wird, abgebremst und gestoppt. Während dieses Abbremsvorgangs kann der angeregte Zustand des Kerns über γ -Zerfall in einen niederliegenden Zustand zerfallen. Der Kern kann im Flug die für den Übergang spezifische γ -Strahlung emittieren oder nachdem der Kern komplett gestoppt ist. Falls die γ -Strahlung während des Abstoppprozesses emittiert wird und der Kern daher noch eine Geschwindigkeit $\beta = \frac{v}{c}$ besitzt, kann unter Vorwärts- und Rückwärtswinkeln bezüglich der Strahlachse eine Energieverschiebung dieser Strahlung aufgrund des Doppler-Effektes beobachtet werden.

$$E' = E_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos(\theta)} \quad (2.6)$$

wobei E_0 die unverschobene γ -Energie im Ruhesystem des Kerns ist.

Da bei der DSA-Methode die Kerne kontinuierlich abgebremst werden bis sie komplett gestoppt sind, gibt es ein dynamisches Verringern der Geschwindigkeit. Der Abstoppprozess der angeregten Kerne in dem gesamten Target und Backing und damit auch die Geschwindigkeitsverteilung wird im Rahmen dieser Arbeit anhand eines Monte-Carlo-Codes simuliert [13]. Durch die Verringerung der Geschwindigkeit, verändert sich die Dopplerverschobene γ -Energie und es entsteht eine energieabhängige Intensitätsverteilung der γ -Übergänge, die Linienform der γ -Linie. In Abb. 2 ist links oben der schematische Aufbau mit Target (excitation layer) und Backing (stopping layer), dem Strahl (ion beam) und Teilchendetektoren sowie γ -Detektoren dargestellt. Die Detektoren sind hier exemplarisch

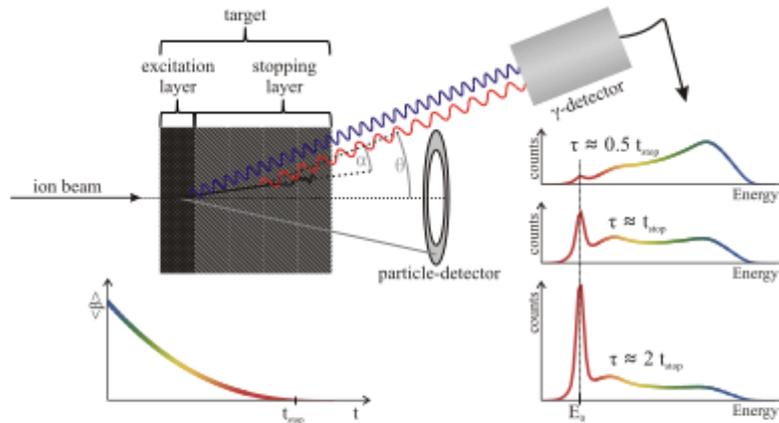


Abbildung 2: Schematische Darstellung der DSA-Methode, entnommen aus [13]. Weitere Details siehe Text.

unter Vorwärtswinkeln gezeigt, weshalb der verschobene Teil der Linie zu höheren Energien verschoben ist. Unten links ist die simulierte Geschwindigkeit gegenüber der Abstopzeit im gesamten Target und die Intensität gegeben durch die Farben, wobei rot einer hohen Intensität und blau einer geringen entspricht, aufgeführt. Anhand dieser Berechnung oder Simulation wird die Linienform des Übergangs bestimmt und mit den experimentellen Daten verglichen. Diese Linienform ist rechts dargestellt für drei unterschiedliche Lebensdauern, von kleinen zu größeren Lebensdauern im Vergleich zur Abstopzeit von oben nach unten. Um die DSA-Methode anwenden zu können, sollte das Material des Backings so gewählt werden, dass die Lebensdauer im Bereich der Abstopzeit der Kerne liegt [13].

Abstopverhalten

Das Abstopverhalten beruht insbesondere auf zwei Prozessen, dem elektronischen und dem nuklearen Energieverlust vom angeregten Kern im Target. Passiert ein Ion das Target, wechselwirkt dieses mit den Elektronen und Atomkernen und wird so abgebremst. Für Energien des Ions über 1 MeV/u beschreibt die quantenmechanische Bethe-Bloch Formel unter semi-klassischen Erweiterungen diesen Energieverlust pro Wegstrecke [14]. Für geringere Energien kann die LSS-Theorie genutzt werden, mit welcher erstmals das Abbremsverhalten unterhalb des Energiebereichs der Bethe-Bloch-Formel unter Verwendung des Thomas-Fermi Atommodells beschrieben wurde [15]. Dabei wird der elektronische und nukleare Energieverlust, das Stopping, getrennt betrachtet und aufaddiert. Northcliffe und Schilling [16] nutzten 1970 diese Theorien um semiempirische Tabellen zu entwickeln, die den Energieverlust pro Weglänge in Abhängigkeit der Energie und des Materials beinhalten.

Diese Tabellen basieren zum Beispiel auf Experimenten an acht unterschiedlichen Ionen in Aluminium ab einer Energie von 0.1 MeV/u.

Neuere Tabellen wurden 1985 von Ziegler, Biersack und Littmark veröffentlicht, welche unter anderem zwischen schweren und leichten Ionen unterscheiden und neuere Daten nutzten [17]. Anhand von Messungen an Protonen in unterschiedlichen Materialien wurde auf das Abstopppverhalten von Helium geschlossen. Dies wird kontinuierlich erweitert auf schwerere Teilchen und an experimentelle Daten angepasst. Zur Berechnung dieser Tabellen wurde eine auf Monte-Carlo Simulation beruhende Software, SRIM (Stopping and Range of Ions in Matter), geschrieben, welche die genannten Theorien nutzt [18].

Weitere Tabellen stammen aus dem ICRU-Report 73 [19], welche in der Software GEANT4 [20] genutzt wird. Diese beruhen auf der Theorie und Messung von Ziegler *et al.*, wodurch die Ergebnisse beider Tabellen für leichte Teilchen übereinstimmen. Die Daten der Veröffentlichung von Ziegler *et al.* 1977 werden genutzt, bei der eine geringere Datenlage verwendet wird. Daher wird in der Analyse der Lebensdauern der Energieverlust pro Weglänge der Ionen im Target mittels SRIM bestimmt.

3 Experiment

3.1 Vorherige Messungen in ^{57}Mn

Der untersuchte Kern ^{57}Mn besteht aus $Z = 25$ Protonen und $N = 32$ Neutronen und gehört somit zu den ungerade-gerade Kernen. Auf der Nuklidkarte, siehe Abb. 3, befindet er sich nordöstlich vom doppelt magischen Kern ^{40}Ca , und besitzt in Bezug auf diesen zwölf Valenzneutronen und fünf Valenzprotonen. Diese Valenznukleonen werden im fp Modellraum aufgefüllt. Sie werden bezüglich des doppelt magischen Kerns ^{40}Ca angegeben, da in dieser Arbeit die Schalenmodellinteraktion verwendet wird, bei der dieser als abgeschlossen angenommen wird.

In Abb. 4 ist ein Ausschnitt des Levelschemas von ^{57}Mn zu sehen. Die gezeigten Spins und Paritäten der angeregten Zustände sind aus Winkeldistributionsmessungen bekannt [22, 23]. Im Fall von ^{57}Mn ist der Grundzustand ein $5/2^-$ -Zustand. Gezeigt sind die gemessenen

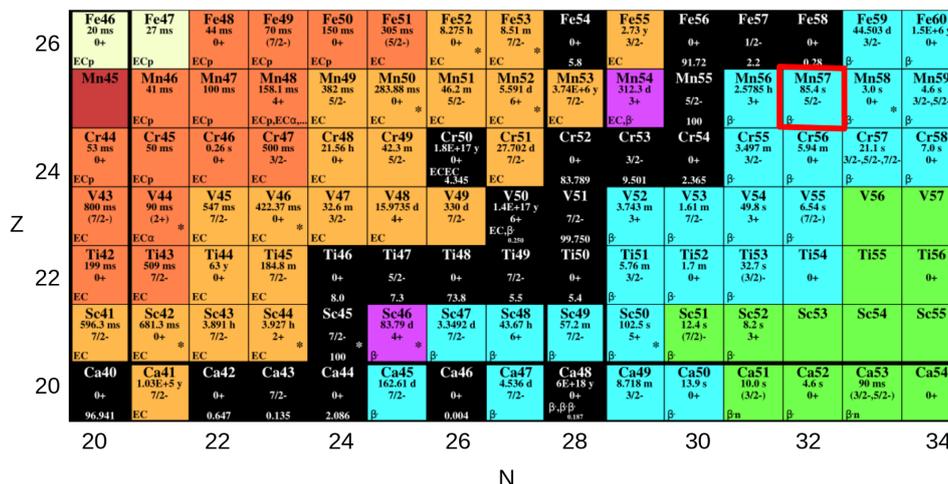


Abbildung 3: Ausschnitt der Nuklidkarte nordöstlich von ^{40}Ca [21]. Die Farben stellen die Q-Werte für β^- -Zerfall und Elektroneneinfang dar. In schwarz sind die stabilen Kerne gekennzeichnet. Der in diesem Experiment untersuchte Kern ^{57}Mn ist mit einem roten Rechteck markiert.

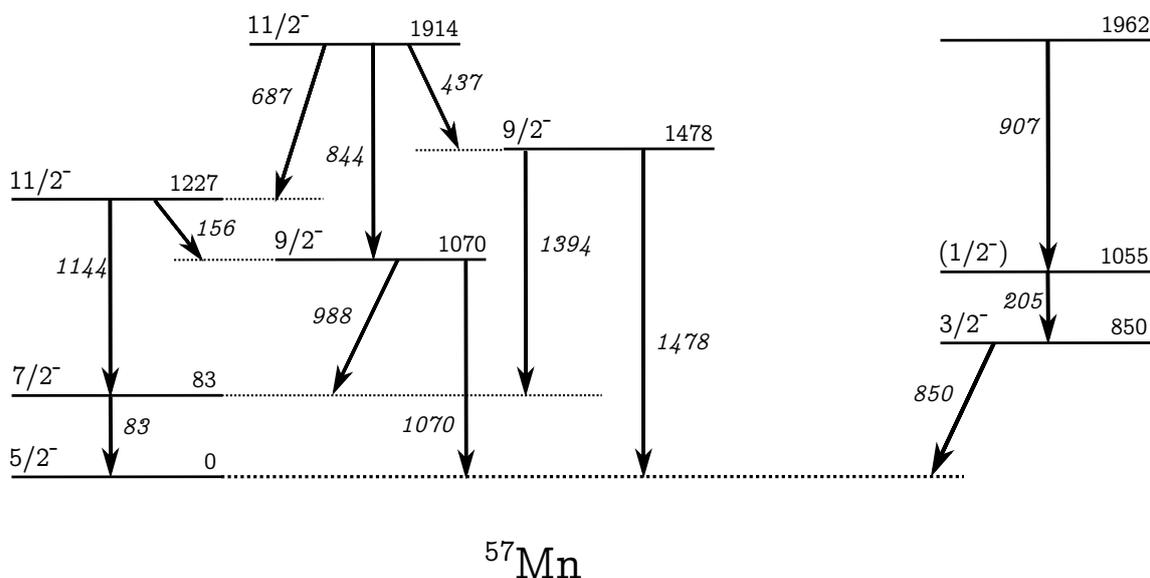


Abbildung 4: Partielles Levelschema von ^{57}Mn mit den angegebenen Spins, Paritäten und Energien (angegeben in keV) entnommen aus Ref. [22, 23].

Level mit Spin, Parität, Energie und Übergängen aus der Publikation von Steppenbeck *et al.* [22], die unterhalb einer Anregungsenergie von $E = 2$ MeV liegen und auch im Rahmen dieser Arbeit populiert werden sollen.

^{57}Mn wurde früher schon in unterschiedlichen Kernreaktionen, von Fusionsverdampfungsreaktionen über Transferreaktionen bis zum β^- -Zerfall populiert [9, 22–27].

Steppenbeck *et al.* erzeugte angeregte Zustände in $^{57-60}\text{Mn}$ über eine Fusionsverdampfungsreaktion $^{13,14}\text{C}(^{48}\text{Ca}, \text{pxn})$. Das Experiment wurde am Argonne Tandem Linear Accelerator System (ATLAS) in Illinois, USA, durchgeführt, bei dem Gammasphäre [28] bestehend aus 91 Comptonunterdrückten HPGe-Detektoren, zusammen mit dem Fragment Mass Analyzer (FMA) [29], einem Massenspektrometer, genutzt wurde zur Detektion der γ -Strahlung und zur Unterscheidung der populierten Kerne. Zusätzlich wurden Schalenmodellrechnungen mit der GXPF1A-Interaktion durchgeführt, welche gute Übereinstimmung mit den experimentellen Anregungsenergien und Spins zeigt insbesondere für die niedrigliegenden Zustände in ^{57}Mn .

Die ersten und einzigen Lebensdaueranalysen angeregter Zustände wurden von Nathan *et al.* [9] 1978 nach einer Fusionsverdampfungsreaktion $^{48}\text{Ca}(^{13}\text{C}, 3\text{np})^{57}\text{Mn}$ bestimmt. Mittels DSA-Methode wurden Lebensdauern vier angeregter Zustände analysiert, von denen zwei als obere Grenzwerte, einer als unterer Grenzwert und eine weitere Lebensdauer mit einem Fehler von ca. 30 % bestimmt wurde. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1: Ergebnisse der Lebensdauermessungen von Nathan *et al.*. Die Werte sind entnommen aus Ref. [9].

J_i^π	E_i (keV)	E_γ (keV)	τ_i (ps)
(11/2 ⁻)	1227,56(26)	1144,29(17)	>0,5
(13/2)	2758,48(40)	1530,92(30)	<2,0
(15/2)	3287,33(45)	528,85(20)	0,7 ± 0,2
(17/2)	4710,4(10)	1423,00(90)	<0,4

Zusätzlich wurde in dem Experiment von Nathan *et al.* ^{57}Mn durch eine weitere Fusionsverdampfungsreaktion $^{48}\text{Ca}(^{15}\text{N},3n\alpha)$ mit einem anderen Strahl populiert. Jedoch war die Statistik der erzeugten ^{57}Mn -Kerne in beiden Reaktionen gering, was die Genauigkeit der ermittelten Lebensdauern beeinflusst.

Zudem ergaben sich auch Schwierigkeiten bei der Zuordnung der beobachteten γ -Linien, so wurde bei einer Anregungsenergie von $E_i = 3287$ keV ein 15/2-Zustand identifiziert, der über einen $E_\gamma = 528$ keV-Übergang zerfällt. Dieser Übergang wurde später von Steppenbeck *et al.* einem höherliegenden 19/2-Zustand bei einer Anregungsenergie von $E_i = 4710$ keV zugeordnet. Ein ähnlicher Fall zeigt sich bei dem Übergang mit einer γ -Energie von $E_\gamma = 1423$ keV. Steppenbeck *et al.* identifizierte diesen Übergang bei einer Anregungsenergie von $E_i = 4182$ keV als einen 17/2-Zustand.

3.2 Aufbau und Durchführung

Das Experiment wurde am FN Tandem Beschleuniger in Köln durchgeführt. Dieser Beschleuniger beruht auf dem Prinzip der zweifachen Beschleunigung des Strahls. Ein einfach negativ geladenes Ion wird zur Stripperfolie, bestehend aus Kohlenstoff (C-Folie), hin beschleunigt. An dieser C-Folie kann mittels eines van-de-Graaff-Generators eine Spannung von bis zu 10 MV generiert werden.

Trifft nun das einfach negativ geladene Ion auf die Stripperfolie, so können unterschiedlich viele Elektronen abgestreift werden, sodass ein mehrfach positiv geladenes Atom entsteht. Dieses Ion erfährt nun eine höhere, entgegengesetzte Beschleunigung aufgrund der höheren Ladung. Dabei hängt der Ladungszustand von der Art des Atoms ab, bei ^{12}C beispielsweise kann bei vollständiger Ionisation ein 6^+ Ladungszustand erzeugt werden.

Anhand dieses Prinzips wurde ein ^{18}O -Strahl auf eine Energie von 38 MeV beschleunigt. Die angeregten Zustände von ^{57}Mn wurden nach einem 2n-Transfer, also einer

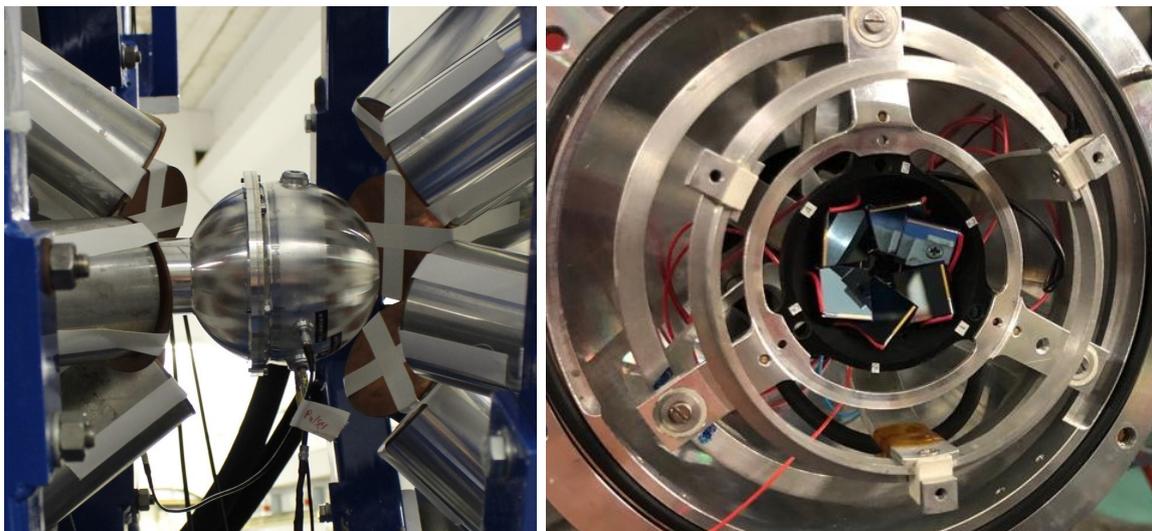


Abbildung 5: Experimenteller Aufbau. Links sind die elf HPGe-Detektoren, die um die Plungerkammer aufgebaut sind, dargestellt. Zusätzlich sind rechts die eingebauten Solarzellen unter Rückwärtswinkel bei geöffneter Plungerkammer zu sehen.

$^{55}\text{Mn}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{57}\text{Mn}$ Reaktion popultiert.

Dieses Experiment wurde am Kölner Plungeraufbau durchgeführt, welcher aus einer Kammer mit dem Target und einem Stopper unter Vakuum besteht. Umgeben ist sie von elf hochreinen Germanium-Detektoren (HPGe) [30]. Dabei wurden unter Vorwärtswinkel, $\theta_1 = 45^\circ$, sechs HPGe-Detektoren und unter einem Winkel von $\theta_2 = 142^\circ$ fünf HPGe-Detektoren aufgebaut. Diese Detektoren sind in Abbildung 5 (links) um die Targetkammer positioniert gezeigt. Um koinzident zu der γ -Strahlung die rückwärtsgestreuten ^{16}O -Kerne zu detektieren, wurden sechs Solarzellen ebenfalls unter Vakuum in der Plungerkammer unter einem Winkel von $120\text{-}165^\circ$ montiert, analog zu dem früheren Experiment von V. Karayonchev [31]. In Abbildung 5 sind rechts die eingebauten Solarzellen unter Rückwärtswinkel zu sehen. Zur Population der angeregten Zustände in ^{57}Mn und anschließender Lebensdaueranalyse wurde ein ^{55}Mn -Target mit einer Massenbelegung von $0,4 \text{ mg/cm}^2$ auf eine ^{27}Al Schicht, die eine Massenbelegung von $3,5 \text{ mg/cm}^2$ aufwies, gedampft.

Zusätzlich wurde noch ein anderes Target produziert, welches anstatt des Aluminiums ^{197}Au als Backing nutzt. Die Goldschicht hatte eine Massenbelegung von $7,3 \text{ mg/cm}^2$. Es wurden zwei unterschiedliche Backings verwendet, damit es möglich ist Lebensdauern in unterschiedlichen Bereichen messen zu können aufgrund des unterschiedlichen Abstoppprozesses der angeregten Kerne in diesen Backings. Das Target mit dem Aluminium Backing wurde für 25 Stunden bestrahlt. Daraufhin wurde eine Messung mit dem Gold Backing durchgeführt,

um niedrige Lebensdauern zu messen. Dabei wurde das Target mit einer Massenbelegung von $0,37 \text{ mg/cm}^2(\text{Mn})+7,3 \text{ mg/cm}^2(\text{Au})$ verwendet. Damit wurde für 1.5 Stunden gemessen. Im Anschluss wurde auf ein Target mit einer höheren Massenbelegung von $0,44 \text{ mg/cm}^2$, gewechselt, welches für eine Messdauer von 23 Stunden genutzt wurde.

Bei der Messung des Targets mit dem Gold Backing wurde eine hohe Zählrate in den Solarzellen gemessen, da aufgrund der höheren Protonenanzahl von Gold im Gegensatz zu Aluminium mehr Strahlteilchen zurückgestreut und von den Solarzellen detektiert wurden. Dadurch verschlechterte sich die Auflösung der Solarzellen, sodass eine Unterscheidung der Teilchen und somit eine Auswertung mit einem koinzidenten Gate auf die Solarzellen nicht mehr möglich ist. Im Folgenden werden daher die Daten der Messung mit dem ^{27}Al -Backing zur Lebensdaueranalyse verwendet.

3.2.1 Wirkungsquerschnitte

Um einschätzen zu können, welche Kerne populiert werden bzw. mit welcher Wahrscheinlichkeit die 2n-Transferreaktion gegenüber anderen Transferreaktionen entsteht, sind die totalen Wirkungsquerschnitte für die 1n-, 2n- und 1p-Transferreaktionen mit dem GRA-

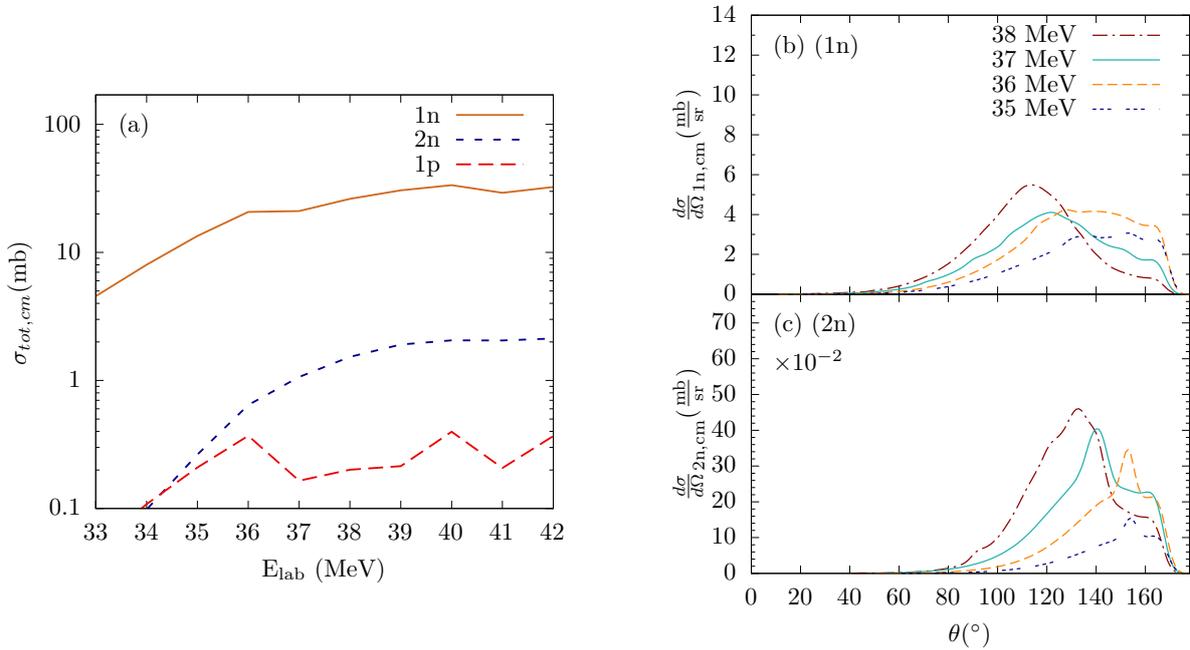


Abbildung 6: Totale Wirkungsquerschnitte im Schwerpunktsystem für 1p-, 1n-, 2n-Transferreaktionen (a). Rechts sind die differentielle Wirkungsquerschnitte für die 1n- und 2n-Transferreaktionen (b und c) für Strahlenergien von 35 MeV bis 38 MeV ebenfalls im Schwerpunktsystem dargestellt.

Tabelle 2: Wirkungsquerschnitte ($\sigma > 10$ mb) der Fusionsverdampfungsreaktion von ^{18}O -Strahl mit ^{27}Al -Backing bei einer Strahlenergie von 38 MeV berechnet mit CASCADE [34]. Die Kerne ^{42}Ca und ^{39}K werden am häufigsten populiert.

Kern	Kanal	σ (mb)
^{42}Sc	3n	17.42
^{43}Ca	np	41.92
^{42}Ca	2np	264.44
^{42}K	n2p	20.38
^{40}K	n α	30.98
^{39}K	2n α	115.56
^{39}Ar	np α	93.20
^{38}Ar	2np α	21.64
^{37}Cl	2 α	17.10
^{36}Cl	n2 α	44.42

ZING-Code [32, 33] berechnet worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 6 dargestellt. Aufgrund dieser Wirkungsquerschnitte ist zu erwarten, dass einige Zustände von ^{56}Mn mit höherer Wahrscheinlichkeit angeregt werden.

Da Kontaminanten, die durch eine Fusionsverdampfungsreaktion von $^{18}\text{O} + ^{55}\text{Mn}$ entstehen würden, minimiert werden sollten, ist es sinnvoll eine Strahlenergie unterhalb oder an der Coulombbarriere dieser Reaktion zu wählen. Diese Coulombbarriere liegt bei 37.8 MeV, welche mit CASCADE [34] berechnet wurde. Da jedoch der Wirkungsquerschnitt der Transferreaktion ebenfalls mit der Energie steigt, wie in Abb. 6 links zu erkennen ist, wurde eine Strahlenergie von 38 MeV gewählt.

Diese Energie liegt deutlich über der Coulombbarriere von $^{18}\text{O} + ^{27}\text{Al}$, weshalb die produzierten Kerne dieser Fusionsverdampfungsreaktion mit hoher Statistik erwartet werden.

Die Wirkungsquerschnitte für die Fusionsverdampfungsreaktion an ^{27}Al berechnet mithilfe des Programms CASCADE sind in Tabelle 2 gezeigt. Die drei stärksten Kanäle sind die 2np, 2n α und np α , weshalb mit einigen γ -Linien der Kerne ^{42}Ca , ^{39}K und ^{39}Ar zu rechnen ist.

3.3 Aufarbeitung der Daten

Um die aufgenommenen Daten nutzen und auswerten zu können, müssen diese sortiert und kalibriert werden. Zum Sortieren wurde der SOCOV2 [35] Sortiercode verwendet. Als Erstes werden aus den gemessenen Daten Singlespektren erzeugt. Anhand dieser Spektren wird die Stabilität der Energiebestimmung mit den Solarzellen und den HPGe-Detektoren während der Messung untersucht. Mit SOCOV2 wurden Peakpositionen im ersten Subrun bestimmt und daraufhin die Energieverschiebung pro Subrun relativ zu diesen Positionen extrahiert. Durch diese Energieverschiebung und die jeweilige Position wurde dann eine quadratische Funktion für die HPGe-Detektoren und eine lineare Funktion für die Solarzellen gelegt. Zusätzlich wurde anhand von SOCOV2 das zeitliche Signal der einzelnen Detektoren mittels eines Offsets korrigiert, sodass alle Detektoren koinzident Ereignisse messen können. Mithilfe dieser Energieverschiebungen und Zeitstempel werden die Ereignisse gebaut. Dabei wird ein Ereignis gespeichert, sofern eine Solarzelle und ein HPGe-Detektor ein Teilchen bzw. ein γ -Quant in einem vorgegebenen Zeitfenster von 200 ns gemessen haben. Gleichzeitig werden die ADC-Einträge der Detektoren mit der in Kap. 3.3.1 beschriebenen Energieeichung kalibriert.

Da die γ -Quanten koinzident zu den Teilchen in den Solarzellen gemessen werden sollen, werden noch $p\gamma$ -Matrizen beziehungsweise $p\gamma\gamma$ -Matrizen erzeugt, wobei das p für particle, also ein Teilchen in den Solarzellen steht. Die HPGe-Detektoren unter Vorwärtswinkel werden dem Ring 1 zugeordnet, die HPGe-Detektoren unter Rückwärtswinkel dem Ring 2 und die Solarzellen dem Ring 3.

3.3.1 Kalibrierung der Detektoren

Zur Energiekalibrierung der HPGe-Detektoren wurde vor Beginn der Messung mit einer ^{226}Ra -Quelle gemessen. Die Energien der emittierten γ -Strahlung und die jeweilige relative Intensität sind von Zobel *et al.* [36] bekannt. Für jeden der elf HPGe-Detektoren wird an jeden der 17 Peaks aus der Veröffentlichung von Zobel *et al.* ein Fit angelegt, woraus die ADC-Kanalnummer und Intensität bestimmt wird. Anhand der Intensitäten wird nun dem jeweiligen Kanal die Energie zugeordnet. Für jeden HPGe-Detektor werden die Energien gegenüber den ADC-Kanalnummern aufgetragen und ein Polynom zweiten Grades, also

$$E_\gamma = c_0 + c_1 \cdot \text{Kanal} + c_2 \cdot \text{Kanal}^2 \quad (3.1)$$

an die Messdaten gefittet. In Abb. 7 sind exemplarisch die Ergebnisse der Messung und des

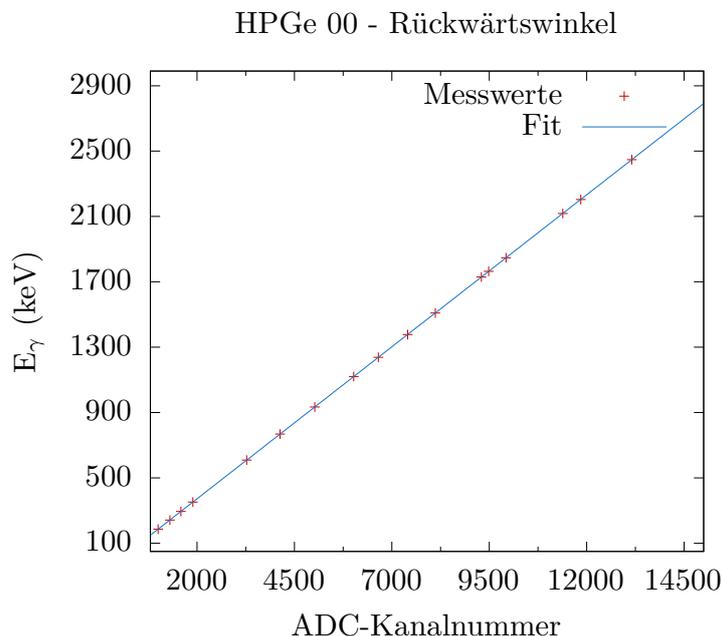


Abbildung 7: Energiekalibrierung eines HPGe-Detektors unter Rückwärtswinkel.

Fits für einen HPGe-Detektor unter Rückwärtswinkel dargestellt.

3.3.2 Effizienzzeichnung

Des Weiteren wird eine relative Effizienzzeichnung durchgeführt. Dazu wird für einen Detektorring, also Vorwärts- oder Rückwärtswinkel, alle energiegeechten Spektren aufaddiert und daraus die gemessene Intensität verschiedener Linien der ^{226}Ra -Quelle bestimmt. Die finale relative Intensität I , die in Abb. 8 gegen die Energie aufgetragen ist, wird folgendermaßen berechnet:

$$I = \frac{I_{\text{gem}}}{I_{\text{rel}}} \quad (3.2)$$

wobei die relative Intensität I_{rel} aus Zobel *et al.* [36] entnommen wird. An die experimentell bestimmten Daten wird eine doppelte Exponentialfunktion gefittet:

$$I(E) = a \cdot e^{-bE} + c \cdot e^{-dE} \quad (3.3)$$

Zusätzlich wird die Halbwertsbreite gegen die Energie aufgetragen für Vorwärts- und Rückwärtswinkel. Diese wurde auf die gleiche Weise wie die Effizienz aus den aufaddierten Spektren bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb. 9 zu finden. Hier wurde ein Polynom zweiten

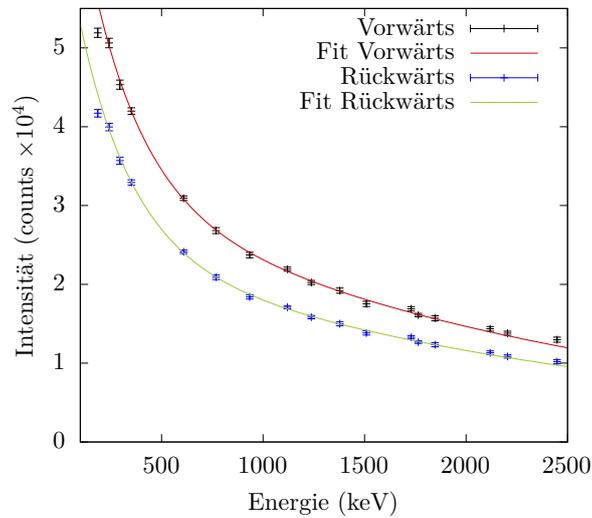


Abbildung 8: Intensitäten der ^{226}Ra -Quelle, geteilt durch deren relative Intensität, gegenüber der Energie. In blau sind die Messwerte für Rückwärtswinkel, in schwarz die unter Vorwärtswinkel aufgetragen. Zusätzlich sind die Ergebnisse der Fitfunktion einer doppelten Exponentialfunktion dargestellt, in rot für Vorwärtswinkel und in grün für Rückwärtswinkel.

Grades an die Messdaten gefittet für Vorwärts- und Rückwärtswinkel getrennt.

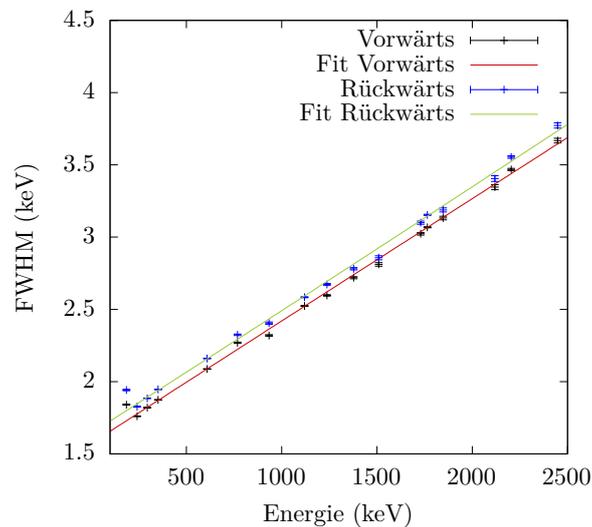


Abbildung 9: Die FWHM der HPGe-Detektoren ist gegenüber der Energie für Vorwärts- und Rückwärtswinkel für die Linien der ^{226}Ra -Quelle aufgetragen. Ein zusätzlicher Fit eines Polynoms zweiten Grades ist abgebildet, in rot für Vorwärts- und in grün für Rückwärtswinkel.

4 Datenanalyse

Die kalibrierten, sortierten $p\gamma$ -Matrizen werden im Folgenden genauer betrachtet. Dabei wird zunächst das gemessene Teilchen-Spektrum untersucht, daraufhin das γ -Spektrum. Anschließend folgt die Wahl eines konizidenten Gates in dem Teilchen-Spektrum und die Auswertung des zugehörigen γ -Spektrums. Dieses γ -Spektrum ist die Grundlage für die Lebensdaueranalyse des ersten angeregten $11/2^-$ - und $9/2^-$ -Zustands in ^{57}Mn .

4.1 Analyse der gemessenen Spektren

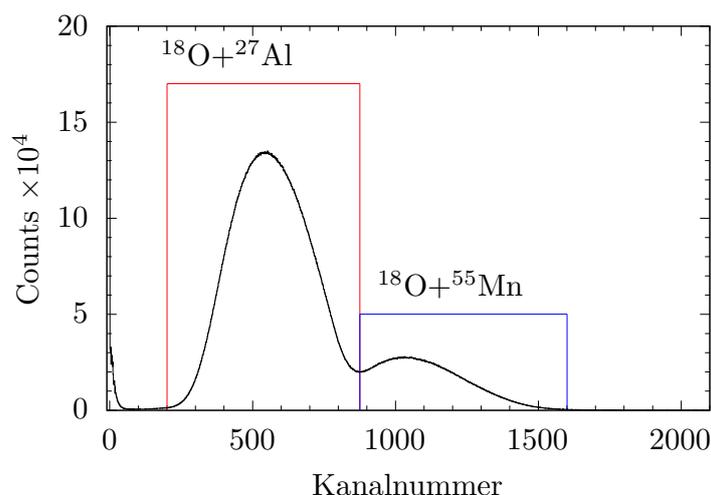


Abbildung 10: Das aufgenommene Solarzellenspektrum, in dem die Anzahl an detektierten Teilchen gegenüber der Kanalnummer aufgetragen ist. Die linke Verteilung, rot markiert, ist durch Reaktionen an dem ^{27}Al -Backing und die rechte, blau umrandet, durch Reaktionen am ^{55}Mn -Target zu erklären.

In Abb. 10 ist das aufgenommene Solarzellenspektrum zu sehen, welches aus zwei breiten Verteilungen besteht. In dem Experiment finden zwei dominante Reaktionsmechanismen in Koinzidenz mit γ -Strahlung statt. Einerseits die Transferreaktionen und Coulombanregungen an dem ^{55}Mn -Target und andererseits werden ebenfalls direkte und indirekte Reaktionen an dem ^{27}Al -Backing beobachtet. Der höherenergetische Anteil im Spektrum

kann durch die Reaktionen an dem ^{55}Mn -Target erklärt werden, da dies ein Stoßpartner mit höherer Protonenzahl Z darstellt und daher der ^{18}O -Strahl weniger Energie durch Transferreaktionen und Coulombstreuung an diesem verliert. Stoßen hingegen die ^{18}O -Teilchen an dem ^{27}Al -Backing, so wird mehr Energie abgegeben und die zurückgestreuten Teilchen besitzen eine geringere Energie und tragen demnach zur niederenergetischen Verteilung bei. Außerdem liegt die Strahlenergie von 38 MeV an der Coulombbarriere von ^{55}Mn , jedoch deutlich oberhalb der von ^{27}Al , weshalb in diesem Experiment ebenfalls Fusionsverdampfungsreaktionen an ^{27}Al stattfinden.

Dabei werden, wie in Tab. 2 in Kap. 3.2.1 gezeigt, mehrere angeregte Zustände in unterschiedlichen Kernen nach dem Abdampfen von Neutronen, Protonen oder α -Teilchen erzeugt. Diese Teilchen werden isotrop im Schwerpunktsystem emittiert. Daher werden die geladenen Teilchen, also Protonen und α -Teilchen, unter anderem in den Solarzellen bei niedrigeren Energien gemessen.

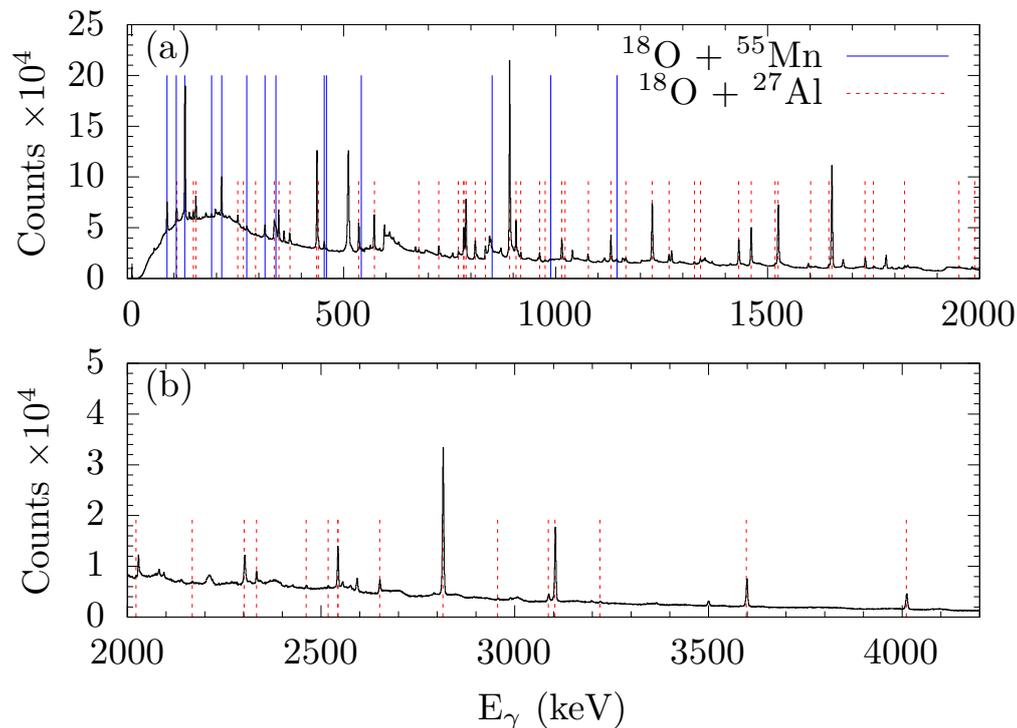


Abbildung 11: Das aufgenommene γ -Spektrum der HPGe-Detektoren ohne Gate auf nachgewiesene Teilchen unter Vorwärtswinkeln ist dargestellt. In rot sind die γ -Linien der Reaktionen an ^{27}Al und in blau die der Reaktionen an ^{55}Mn markiert.

Aufgrund des hohen Wirkungsquerschnitts für die Bevölkerung angeregter Zustände einiger Kerne, insbesondere ^{42}Ca und ^{39}K , wird die dadurch emittierte γ -Strahlung bei jedem koinzidenten Gate auf die Solarzelle gemessen, jedoch mit einer deutlich höheren Statistik beim Gate auf die niederenergetische Verteilung der Solarzelle. Zusätzlich werden die γ -Linien von ^{27}Al ebenfalls bei einem koinzidenten Gate auf den höherenergetischen Teil der Solarzelle gemessen aufgrund des höheren Wirkungsquerschnitts der Coulombstreuung im Gegensatz zu dem der Transferreaktionen.

In Abb. 11 ist das γ -Spektrum für Vorwärts- und Rückwärtswinkel mit Teilchen-Trigger dargestellt. Hierbei sind die stark populierte Fusionsverdampfungsprodukte zu erkennen, welche in rot markiert sind. Zusätzlich sind die Transferreaktionen und Coulombstreuung an ^{55}Mn in blau markiert und die Coulombstreuung an ^{27}Al ebenfalls in rot.

4.2 Gate auf Solarzellenenergie

Für die Analyse von Lebensdauern angeregter Zustände in ^{57}Mn wird ein Koinzidenzgate auf den höherenergetischen Anteil im Spektrum der Solarzellen gesetzt. Um das optimale Gate zu bestimmen, werden Gates der Breite von 100 Kanälen genutzt und die resultierenden γ -Spektren verglichen. Dabei haben die beiden gemessenen γ -Linien von ^{57}Mn , die eine Dopplerverschiebung aufweisen, die höchste Statistik mit zusätzlicher geringster Statistik von Kontaminanten bei einem Gate auf die Kanäle von [1000,1600] in den Solarzellen. Das

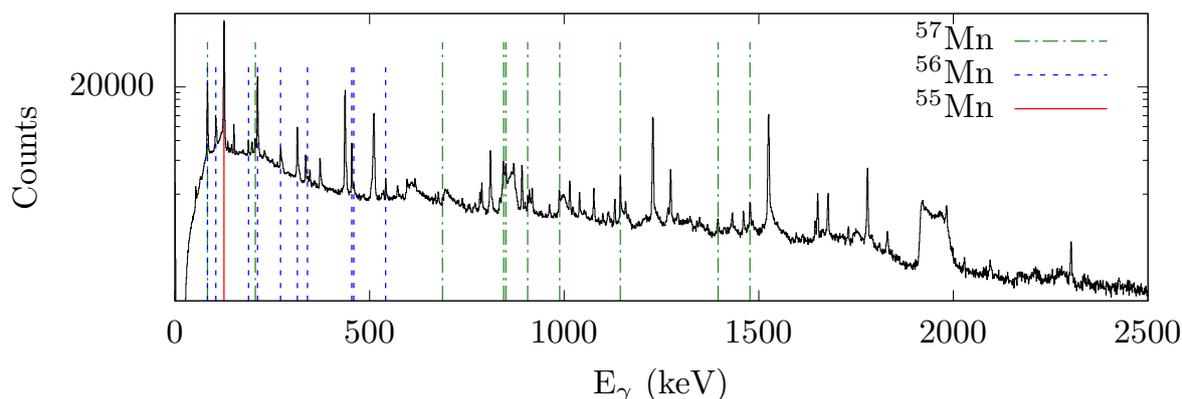


Abbildung 12: γ -Spektrum nach Gate auf den höherenergetischen Anteil im Spektrum der Solarzellen mit logarithmischer Auftragung in y-Richtung. In grün sind die Linien von ^{57}Mn , dem 2n-Transfer, in blau die von ^{56}Mn , dem 1n-Transfer und in rot die Linien der Coulombanregung in ^{55}Mn dargestellt.

koinzident zu diesem Gate erzeugte γ -Spektrum ist in Abb. 12 dargestellt. In grün sind die gemessenen Linien von ^{57}Mn , in blau von ^{56}Mn und in rot die von ^{55}Mn zu erkennen. In diesem Spektrum wurden zehn γ -Linien den Übergängen von angeregten Zuständen in ^{57}Mn zugeordnet. Dabei können die Lebensdauern zweier dieser Linien mittels DSA-Methode aufgrund der gemessenen Linienform ausgewertet werden.

4.3 Vorbereitung in APCAD

Zur Analyse der Lebensdauern der angeregten Zustände in ^{57}Mn wird das Programm APCAD (Analysis Programm for Continuous Angle DSAM) [13] verwendet. Mithilfe dieses Programms wird der Abstoppprozess der populierten Kerne in dem Target- und im Backingmaterial mittels Monte-Carlo Simulation bestimmt. Unter Nutzung dieses Abstoppverhaltens wird an die experimentell gemessenen Daten eine Linienform aufgrund berechneter Dopplerverschiebung ein Fit angelegt und die Lebensdauer anhand einer χ^2 -Minimierung dieses Fits bestimmt. Für die Simulation der Linienform werden unterschiedliche Parameter einbezogen, auf die in den nächsten Kapiteln näher eingegangen wird.

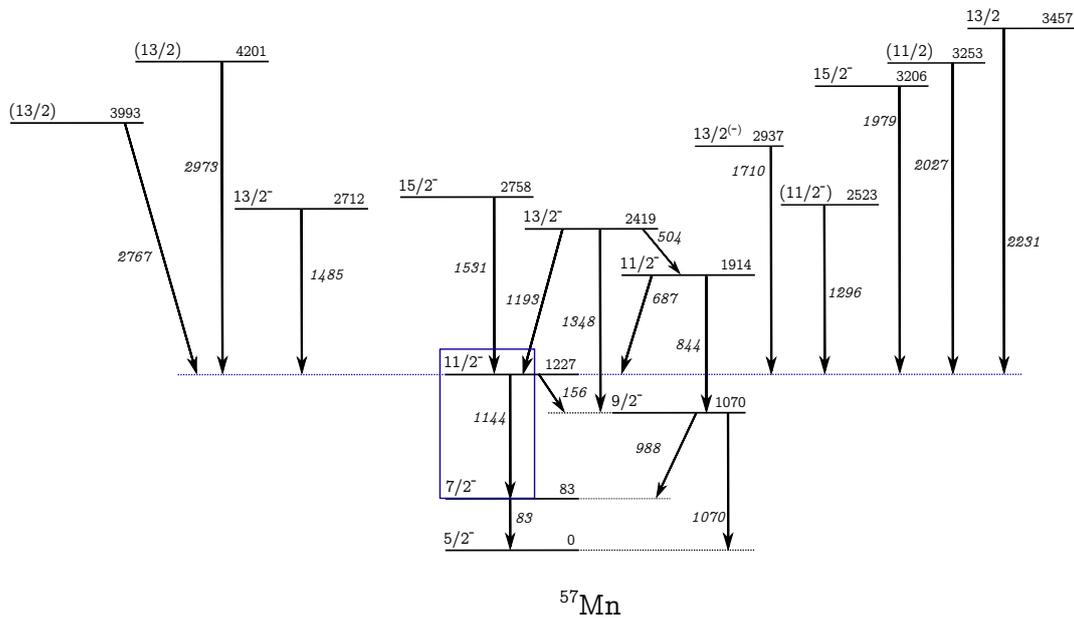


Abbildung 13: Partielles Levelschema von ^{57}Mn mit allen Zuständen, die den $11/2_1^-$ -Zustand füttern, die in der Messung von Steppenbeck *et al.* populiert wurden [22]. Die Energien, in keV angegeben, Spins und Paritäten sind entnommen aus der Messung von Steppenbeck *et al.*. Der untersuchte Übergang mit $E_\gamma = 1144$ keV vom $11/2_1^- \rightarrow 7/2_1^-$ ist blau umrandet.

4.4 Lebensdaueranalyse des angeregten $11/2^-$ -Zustandes

Wie in Abb. 13 zu sehen ist, zerfällt der $11/2_1^-$ -Zustand hauptsächlich in den $7/2_1^-$ -Zustand mit einer γ -Energie von $E_\gamma = 1144$ keV. Bei den Messungen von Steppenbeck *et al.* fand dieser Zerfall mit einer relativen Intensität von 69(3) statt im Gegensatz zu dem schwächeren Zerfall in den $9/2^-$ -Zustand mit einer Intensität von 4.6(3) [22]. In dem vorliegenden Experiment wurde der $11/2^- \rightarrow 9/2^-$ -Übergang bei einer Energie von $E_\gamma = 156$ keV aufgrund der geringen Intensität nicht beobachtet. Daher wird die Lebensdauer des $11/2_1^-$ -Zustands anhand des Übergangs bei einer Energie von $E_\gamma = 1144$ keV analysiert. Außerdem sind in dem Levelschema, Abb. 13, alle fütternden Zustände des $11/2_1^-$ -Zustandes, die in früheren Messungen insbesondere der von Steppenbeck *et al.* bestimmt wurden, dargestellt. Nahezu jeder Zustand liegt über der Anregungsenergie von $E_i = 2$ MeV, die maximal in diesem Experiment erreicht wird, und ist daher auch nicht sichtbar im Spektrum. Der einzige fütternde Zustand, der im Spektrum sichtbar ist, ist der zweite $11/2^-$ -Zustand bei einer Anregungsenergie von $E_i = 1914$ keV und wird in der Fehleranalyse miteinbezogen.

In Abb. 14 ist das γ -Spektrum bei der Übergangsenergie von $E_\gamma = 1144$ keV unter Vorwärts- (blau) und Rückwärtswinkeln (rot) dargestellt, nachdem ein Koinzidenzgate des rechten Anteils der Solarzellen gewählt wurde.

Unter Rückwärtswinkel wird eine geringere Anzahl an HPGe-Detektoren verwendet, was

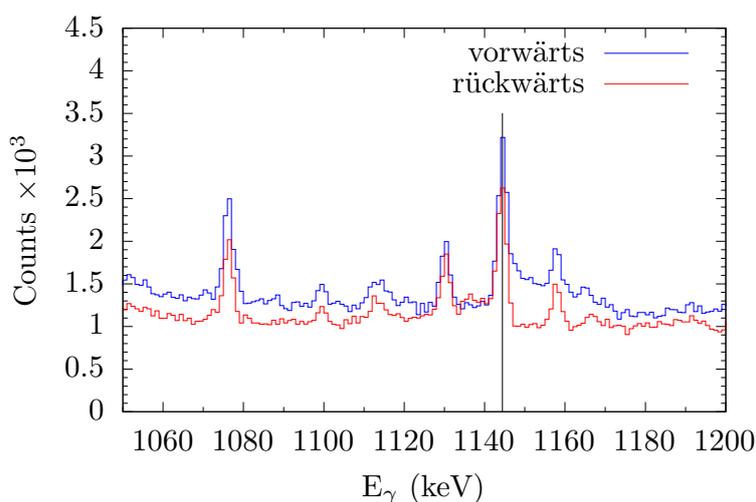


Abbildung 14: Das γ -Spektrum bei der Energie des $11/2_1^- \rightarrow 7/2_1^-$ -Übergangs, nachdem ein Gate auf den höherenergetischen Peak der Solarzellen gesetzt wurde, ist dargestellt. Für mehr Details siehe Text.

zu einer reduzierten Statistik führt. Die Lebensdaueranalyse wird für Vorwärts- und Rückwärtswinkel getrennt durchgeführt.

Zusätzlich zum simulierten Abstoppverhalten wird das γ -Spektrum und die Projektionen der simulierten Reaktionen in den Teilchen- und γ -Detektoren benötigt.

4.4.1 Abstoppverhalten

Für die Analyse des Abstoppprozesses wird eine Stoppingmatrix mit dem in APCAD implementierten Code STOPSIM simuliert. Hierfür werden folgende Größen dem Code übergeben:

1. Target Setup
 - Target Größe
 - Anzahl an Targetmaterialien
 - 1. Material + Dicke
 - 2. Material + Dicke
2. Physikalischer Setup
 - Reaktion: Transfer
3. Transfer Setup
 - Anregungsenergie des Zustands in ^{57}Mn
 - Nukleonen- und Protonenzahl des Targets
 - Nukleonen- und Protonenzahl des erzeugten Kerns
 - Nukleonen- und Protonenzahl des Strahls
 - Wirkungsquerschnitte der Reaktion
4. Output Setup
5. Externe Tabellen zum Energieverlust im Target
6. Strahl Setup
 - Strahlenergie
 - Art der Strahlteilchen
 - Ladungszustand

Dabei sind einige der Größen mit gewissen Unsicherheiten bekannt, welche in der Fehleranalyse miteinbezogen werden. Die Targetgröße mit ihrer Dicke und Rotation wird daher später variiert. Die Tabellen für den elektronischen und nuklearen Energieverlust im Target sind ebenfalls fehlerbehaftet. Für alle diese Variationen wird später eine separate Stoppingmatrix erzeugt. Hier wird auf zwei Punkte dieser Liste genauer eingegangen, da die anderen Größen in Kapitel 3 bereits erläutert wurden.

Einerseits werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Transferreaktion mit GRAZING [32, 33] für unterschiedliche Energien und Winkel berechnet. Andererseits ist der Energieverlust im Target von ^{57}Mn in ^{55}Mn und in ^{27}Al anzugeben. Dabei können die in

APCAD gespeicherten Tabellen, welche aus dem ICRU-Reports [19] stammen und mittels GEANT4-Codes [20] implementiert werden, verwendet werden. Des Weiteren können auch externe Tabellen eingelesen werden.

Für die Auswertung werden die Tabellen von Ziegler *et al.* [17] genutzt, da dort eine größere Datenmenge berücksichtigt wird, insbesondere in dem Energiebereich, der für diese Reaktion relevant ist. Der Energieverlust pro Weglänge wird dann für unterschiedliche Energien mit SRIM [18] berechnet.

Anhand der definierten Größen simuliert STOPSIM mittels Monte-Carlo-Methode das Abstoppverhalten und erzeugt eine ROOT-Datei, welche die Stoppingmatrix enthält.

In Abb. 15 ist die so erzeugte Stoppingmatrix bei Angabe einer Anregungsenergie des $11/2_1^-$ -Zustands dargestellt. Im Mittel werden die Rückstoßkerne nach 3 ps vollständig gestoppt.

4.4.2 Analyse in APCAD

Nachdem die Stoppingmatrix erzeugt und die Projektionen bestimmt wurden, kann die Linienform simuliert werden und durch eine χ^2 -Minimierung die Lebensdauer ermittelt werden. Dazu werden diese beiden Dateien und das aufgenommene Spektrum in APCAD geladen und im Spektrum ein Fitbereich und Untergrundbereich definiert.

Des Weiteren können Kontaminanten mit Energie, Intensität, Lebensdauer und Winkelkorrelationsparametern, angegeben werden. Für die Lebensdaueranalyse des $11/2_1^-$ -Zustands

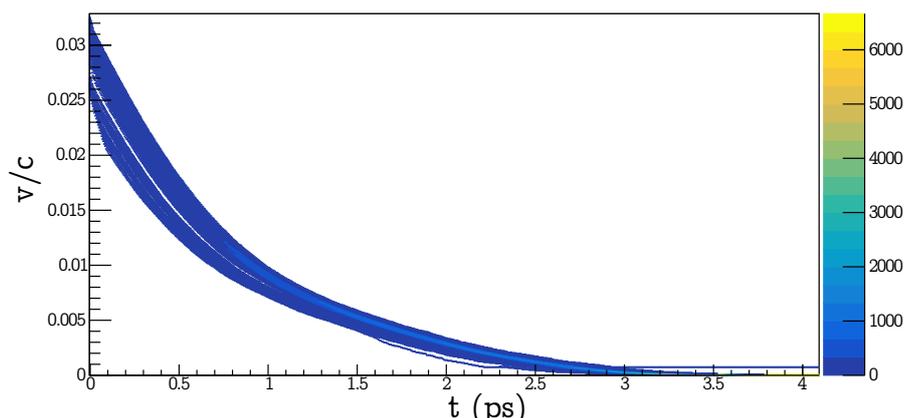


Abbildung 15: Stoppingmatrix für ^{57}Mn im Target. Dabei ist die Geschwindigkeit normiert auf die Lichtgeschwindigkeit auf der y-Achse gegenüber der Zeit in Pikosekunden auf der x-Achse aufgetragen. Die simulierten Kerne sind zusätzlich farbig als Einträge gezeigt.

wird die Position der Kontaminanten aus den Spektren unter jeweils dem anderen Winkel bestimmt. Da keine dieser Kontaminanten eine Dopplerverschiebung aufweist, wird angenommen, dass die γ -Strahlung im gestoppten Zustand des Kerns emittiert wird. Anschließend werden Linienformen simuliert und mittels χ^2 -Minimierung die Lebensdauer bestimmt. Dabei sind die Energie, die Intensität, die Breite der Peaks und die Lebensdauer des untersuchten Übergangs veränderliche Variablen, wohingegen die anderen Größen fest

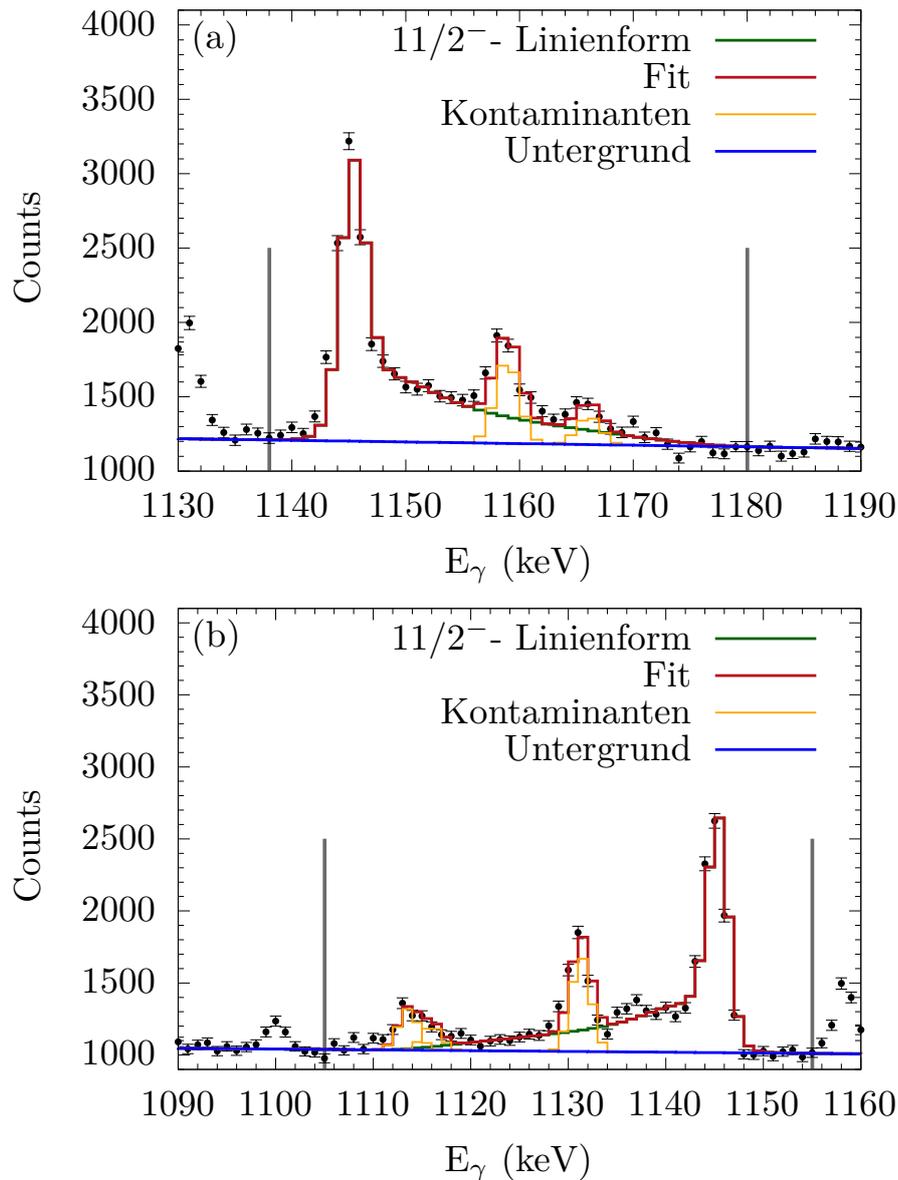


Abbildung 16: Ergebnis des Fits der Linienform für (a) Vorwärts- und (b) Rückwärts-winkel mittels APCAD. Für weitere Details siehe Text.

Tabelle 3: Ergebnisse der Lebensdaueranalyse für Vorwärts- und Rückwärtswinkel separat. Zusätzlich ist noch die bisherige Lebensdauerinformation von Nathan *et al.* als Literaturwert aufgeführt.

J^π	Winkel	τ (ps)	τ_{lit}
$11/2_1^-$	45°	2,74(11)	$> 0,5$
$11/2_1^-$	142°	2,74(11)	$> 0,5$

vorgegeben werden.

Das Ergebnis dieser Fits für Vorwärts- und Rückwärtswinkel ist in Abbildung 16(a) und (b) veranschaulicht. In blau ist der Untergrund dargestellt, in rot der Fit der gesamten Linienform mit Kontaminanten und in grün das Ergebnis des Fits für den $11/2_1^-$ -Zustand mit Abzug der Kontaminanten. Zusätzlich sind in orange die Kontaminanten, welche durch die Fusionsverdampfungsreaktion an dem ^{27}Al -Backing entstehen, markiert. Außerdem ist der Fitbereich mit grauen Linien dargestellt.

Die Ergebnisse der Lebensdauern sind in Tabelle 3 aufgeführt. Beide Lebensdauern stimmen sehr gut überein und liegen oberhalb der unteren Schranke, die von Nathan *et al.* [9] bestimmt wurde. Die Lebensdauern sind angegeben mit ihrem statistischen Fehler in Tabelle 3, welcher anhand von APCAD definiert wird durch ein 1σ -Intervall.

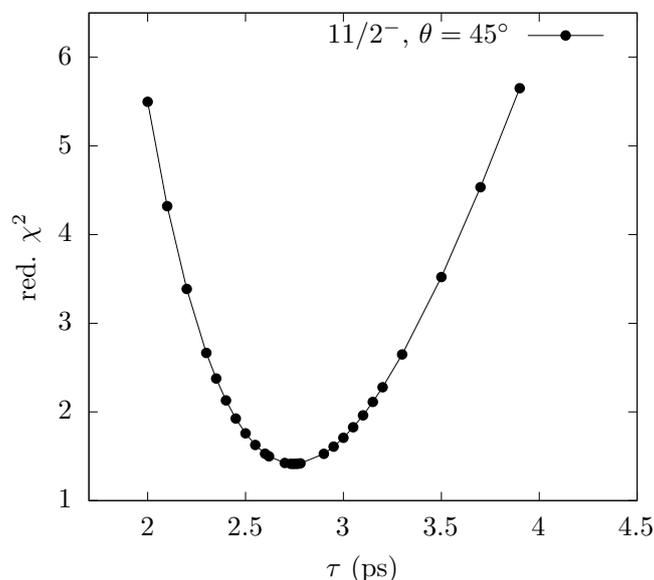


Abbildung 17: Das reduzierte χ^2 ist gegenüber der Lebensdauer des $11/2_1^-$ -Zustandes unter Vorwärtswinkel gezeigt. Es ist ein parabelförmiger Verlauf zu erkennen.

In Abb. 17 ist das reduzierte χ^2 , welches aus dem Programm APCAD entnommen wird und einem Maß für die Abweichung der Fitfunktion von den Messwerten entspricht, gegenüber der Lebensdauer des $11/2^-$ -Zustandes aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die bestimmte Lebensdauer dem Minimum des reduzierten χ^2 entspricht. Geringe Abweichungen führen zu größeren χ^2 -Werten und damit zu größeren Abweichungen der Fitfunktion. Die hier verwendete Lebensdaueranalyse ist also sensitiv auf geringe Variationen.

4.4.3 Fehleranalyse

Einige der in der Lebensdaueranalyse verwendeten Größen sind fehlerbehaftet. Um neben dem statistischen Fehler auch den systematischen Fehler zu untersuchen, wurden die in Tabelle 4 aufgeführten Fehlerquellen variiert.

Das elektronische und nukleare Stopping wurde aus SRIM entnommen. In Abb. 18 ist einerseits das Abstoppverhalten unterschiedlicher Ionen in Aluminium (links) und andererseits von Mangan in unterschiedlichen Elementen (rechts) für die berechneten Werte von SRIM und die experimentellen Werte gezeigt. Aus diesen Fits wird ein Fehler für das elektronische Abstoppverhalten von 6 % entnommen. Das nukleare Stopping wird um 10 % variiert [37, 38].

Des Weiteren ist die Targetdicke mit einer Unsicherheit von 10 % behaftet und dessen mögliche Rotation wird um 5° variiert.

Zusätzlich ergeben sich bestimmte Unsicherheiten im Aufbau der Detektoren. Der Fehler des Winkels, unter dem die HPGe-Detektoren stehen, wird typischerweise mit $\pm 3^\circ$ angege-

Tabelle 4: Fehlerquellen und deren Variationen bei der Untersuchung des systematischen Fehlers

Fehlerquelle	Abweichung
Elektronisches Stopping	$\pm 6 \%$
Nukleares Stopping	$\pm 10 \%$
Targetdicke	$\pm 10 \%$
Targetausrichtung	$\pm 5^\circ$
<u>Aufbau der HPGe-Detektoren</u>	
Winkel	$\pm 3^\circ$
Radius	$- 0,1 \text{ cm}$
Abstand zum Target	$\pm 0,5 \text{ cm}$
<u>Aufbau der Solarzellen</u>	
Abstand zum Target	$\pm 0,3 \text{ cm}$
Fütternde Zustände	

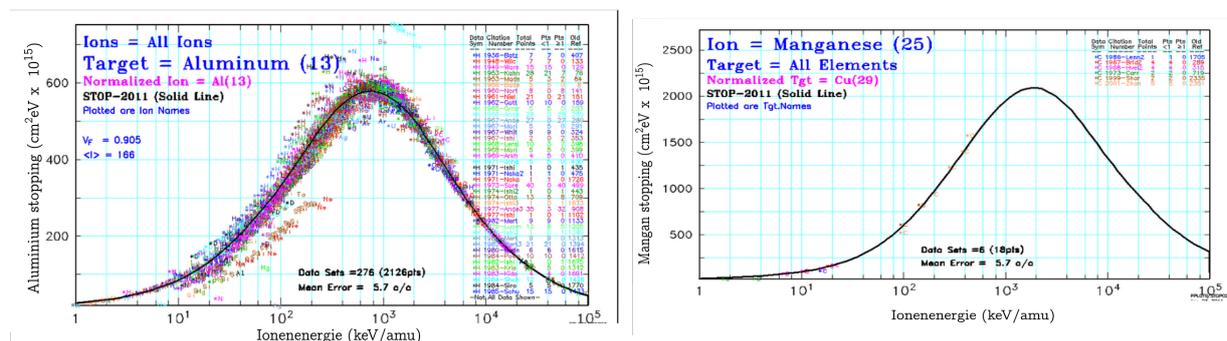


Abbildung 18: Vergleich des berechneten Abstoppverhalten von SRIM mit experimentellen Werten für unterschiedliche Ionen in Aluminium (links) und für Mangan in unterschiedlichen Targetmaterialien (rechts) [37].

ben [8]. Der Abstand dieser Detektoren zum Target wird zusätzlich um 0,5 cm variiert und der Abstand der Solarzellen zum Target um 0,3 cm.

Ein weiterer wichtiger Einfluss auf die Bestimmung der Lebensdauer sind fütternde Zustände (Feeding). Wie schon in Kapitel 4.4 erläutert wurde, gibt es einige fütternde Zustände vom $11/2_1^-$ -Zustand, welche vorher von Steppenbeck *et al.* gemessen wurden. Von diesen Zuständen wird allerdings nur ein schwacher Hinweis unter Vorwärtswinkeln bei einer Anregungsenergie von $E_i = 1914$ keV in diesem Experiment beobachtet mit einer Übergangsenergie von $E_\gamma = 687$ keV.

In Abb. 19 ist das γ -Spektrum für Vorwärts- und Rückwärtswinkel bei einer Energie von $E_\gamma = 687$ keV dargestellt. Da dieser Übergang nur gering populiert wird und diese Linie

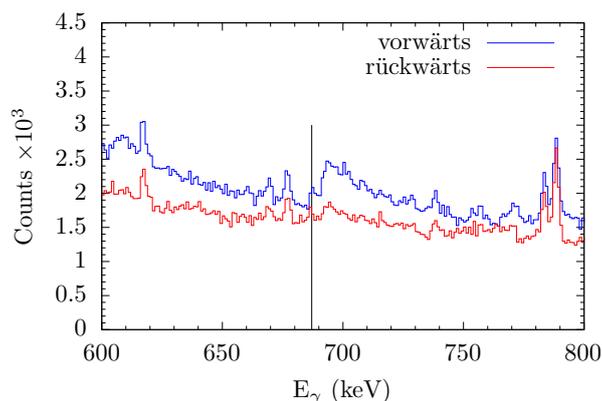


Abbildung 19: γ -Spektrum für Vorwärts- und Rückwärtswinkel bei einer Energie vom fütternden, beobachteten Zustand des $11/2_1^-$ -Zustands. Alle Kennzeichnungen sind wie in Abb. 14 gewählt.

durch andere Übergänge kontaminiert ist, konnte die Intensität nicht aus dem γ -Spektrum bestimmt werden. Jedoch ist aus der Messung von Steppenbeck *et al.* bekannt, dass der fütternde $11/2_2^-$ -Zustand mit einer höheren Wahrscheinlichkeit in den $9/2_1^-$ -Zustand zerfällt. Daher wird dieser zur Bestimmung des Anteils des fütternden Zustands für den $11/2_1^-$ -Zustand verwendet. Im nächsten Abschnitt wird der Anteil des $11/2_2^- \rightarrow 9/2_1^-$ -Übergangs bei einer Energie von 844 keV bestimmt durch die Analyse der Linienform. Aus diesem Anteil des 844 keV Übergangs, der Intensität des $9/2_1^-$ - und des $11/2_1^-$ -Zustands und den Intensitäten, die von Steppenbeck *et al.* gemessen wurden, wird der Anteil des fütternden Übergangs bei 687 keV in den $11/2_1^-$ -Zustand effizienzkorrigiert berechnet. Daraus ergibt sich ein Anteil von 5(1) %. Da die Lebensdauer dieses Übergangs nicht bekannt ist und im Rahmen dieser Arbeit nicht bestimmt werden konnte, wird die Lebensdauer dieses Feedings

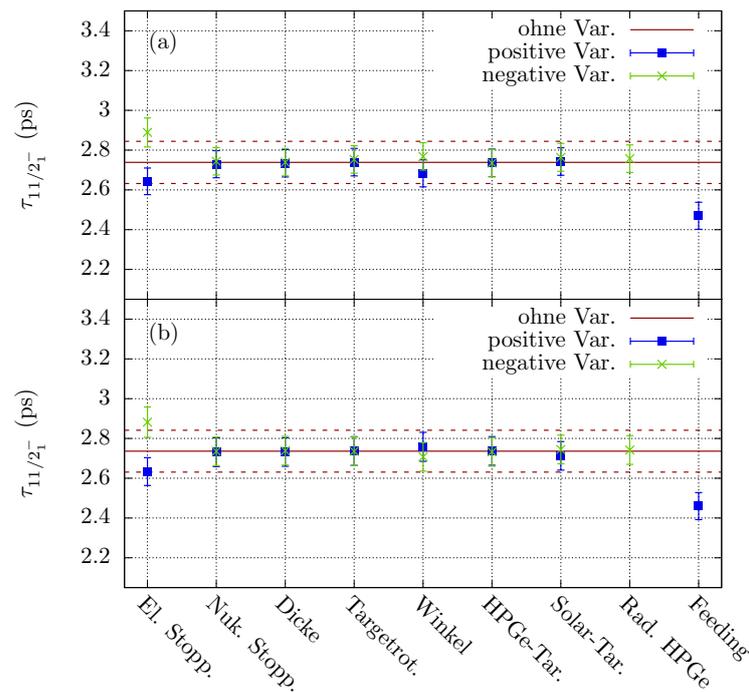


Abbildung 20: Die Analyse des systematischen Fehlers ist aufgeteilt in eine Variation der angegebenen Parameter für Vorwärts- (a) und Rückwärtswinkel (b). In rot ist die Lebensdauer ohne Variationen als durchgezogene Linie mit dem statistischen Fehler mit gestrichelter Linie dargestellt. Den größten Einfluss in negative Richtung hat die Lebensdauer des fütternden Zustands und in positive Richtung die Variation des elektronischen Abstoppverhaltens.

variiert und die größte Abweichung der analysierten Lebensdauer des $11/2_1^-$ -Zustands als Fehler miteinbezogen. Dabei ergibt sich die größte Abweichung durch ein langlebiges Feeding. Bei kürzeren Lebensdauern des fütternden $11/2_2^-$ -Zustands nähert sich der so bestimmte Wert immer mehr der ursprünglich bestimmten Lebensdauer des untersuchten Zustands an. Für jede dieser Variationen wird getrennt eine Lebensdaueranalyse mit der gegebenen Abweichung durchgeführt. Dabei werden alle anderen Parameter festgehalten, wie sie in der Analyse in Kapitel 4.4 bestimmt wurden. Dies wird wie vorher auch für Vorwärts- und Rückwärtswinkel getrennt analysiert.

Die Ergebnisse dieser einzelnen Lebensdaueranalysen für jede Variation der Fehlerquellen sind in Abb. 20 dargestellt. In grün und blau sind die Abweichungen der Lebensdauern durch die Variation der genannten Größen in positive und negative Richtung gezeigt. Die rote Linie gibt den Wert der Lebensdauern ohne Variationen der Größen an, wie sie in Tabelle 3 aufgeführt sind. Auf der x-Achse sind die Fehlerquellen aufgelistet und auf der y-Achse die dazugehörige Lebensdauer.

Die größte Abweichung in negative Richtung ist durch die Unsicherheit des fütternden Zustandes gegeben und in positive Richtung durch die Variation des elektronischen Abstoppverhaltens. Aus diesen beiden größten Abweichungen wird der systematische Fehler bestimmt. Die finale Lebensdauer mit systematischen und statistischen Fehler beläuft sich dann auf

$$\tau_{11/2_1^-} = 2,74(7)_{\text{stat}} \binom{+15}{-28}_{\text{sys}} \text{ ps} \quad (4.1)$$

Diese Lebensdauer des ersten $11/2^-$ -Zustands ist mit einem systematischen Fehler von 10 % in negative Richtung und von 6 % in positive Richtung bestimmt worden. Auch dieser präzisere Wert stimmt sehr gut mit der Abschätzung von Nathan *et al.* überein.

4.5 Lebensdaueranalyse des angeregten $9/2^-$ -Zustandes

In Abb. 21 ist das partielle Levelschema mit Fokus auf den $9/2_1^- \rightarrow 7/2_1^-$ -Übergang bei einer Energie von $E_\gamma = 988$ keV in blau zu sehen. Zusätzlich sind alle fütternden Zustände, die in der Messung von Steppenbeck *et al.* bestimmt wurden, dargestellt. In diesem Experiment wurde der Grundzustandsübergang $9/2_1^- \rightarrow 5/2_{\text{g.s.}}^-$ nicht beobachtet, da dieser mit einer zu geringen Intensität emittiert wird. Steppenbeck *et al.* misst diesen Übergang bei einer Energie von $E_\gamma = 1069,9(4)$ keV mit einer Intensität von 2,0(2) im Gegensatz zu einer Intensität des Übergangs in den $7/2_1^-$ -Zustands von 19,2(7) [22]. Für die Lebensdauer des $9/2_1^-$ -Zustands ist bisher keine Lebensdauerinformation bekannt.

Die Lebensdaueranalyse des $9/2_1^-$ -Zustands wird ebenfalls mit Hilfe des Programms APCAD

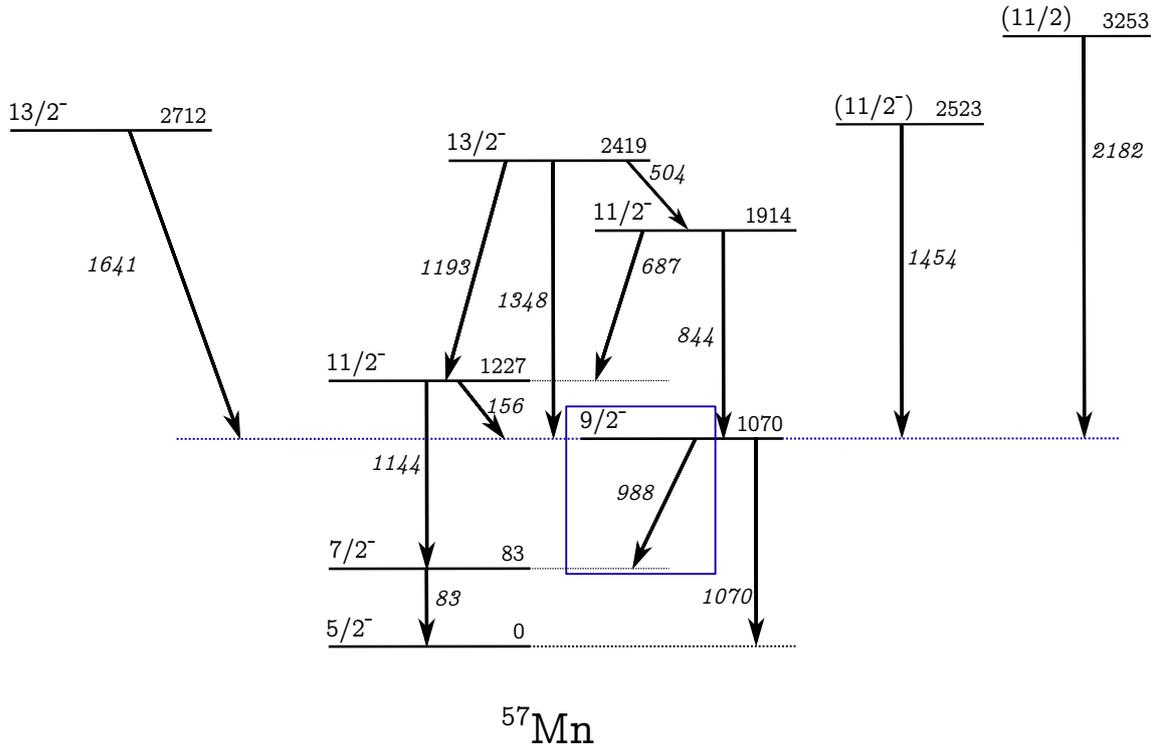


Abbildung 21: Partielles Levelschema mit allen Zuständen, die den $9/2_1^-$ -Zustand füttern und von Steppenbeck *et al.* gemessen wurden [22].

analog zur Analyse des $11/2_1^-$ -Zustands durchgeführt. Auch hier wird das Abstoppverhalten simuliert und es können alle Parameter gleich verwendet werden, bis auf die Anregungsenergie. Da beide Zustände nur eine geringfügig unterschiedliche Anregungsenergie besitzen, ist das Abstoppverhalten und somit auch die Stoppingmatrix vergleichbar.

In diesem Experiment sind zwei fütternde Zustände des $9/2_1^-$ -Zustands populiert worden, einerseits der ausgewertete $11/2_1^-$ -Zustand und andererseits der zweite $11/2_2^-$ -Zustand. Im Unterschied zum $11/2_2^- \rightarrow 11/2_1^-$ -Übergang ist der $11/2_2^- \rightarrow 9/2_1^-$ -Übergang wahrscheinlicher und trägt daher stärker zu der Linienform des $9/2_1^-$ -Zustands bei, welche aus einem breiten Dopplerverschobenen und gestoppten Anteil besteht. Für die Lebensdaueranalyse wird daher das Feeding durch diesen Übergang direkt miteinbezogen. Aufgrund einer hohen Liniendichte bei einer Energie von 844 keV kann dieser Übergang nicht ausgewertet und keine Lebensdauer, sowie keine Intensität für den fütternden $11/2_2^- \rightarrow 9/2_1^-$ -Übergang, bestimmt werden. Dies wird in der Fehleranalyse des systematischen Fehlers miteinbezogen. Da der fütternde $11/2_1^- \rightarrow 9/2_1^-$ -Übergang eine geringere Intensität und daher auch einen geringeren Anteil an der Linienform des $9/2_1^-$ -Zustands hat, ist dieser im Rahmen der Fehlerbetrachtung des fütternden $11/2_2^-$ -Zustands inbegriffen.

Die Ergebnisse der Lebensdaueranalyse ist in Abbildung 22 (a,b) für Vorwärts- und Rückwärtswinkel zu erkennen. Die Farbwahl ist gleich gewählt wie in Abbildung 16. Hier kommt in violett die Komponente des fütternden Übergangs hinzu. Der Untergrund und der Fitbereich sind ebenfalls im Spektrum eingezeichnet. Der Anteil und die Lebensdauer des fütternden Übergangs wird für die Analyse freigelassen und aus der χ^2 -Minimierung bestimmt. Dementsprechend besteht der fütternde Übergang zu einem Anteil von 13,5 % vom

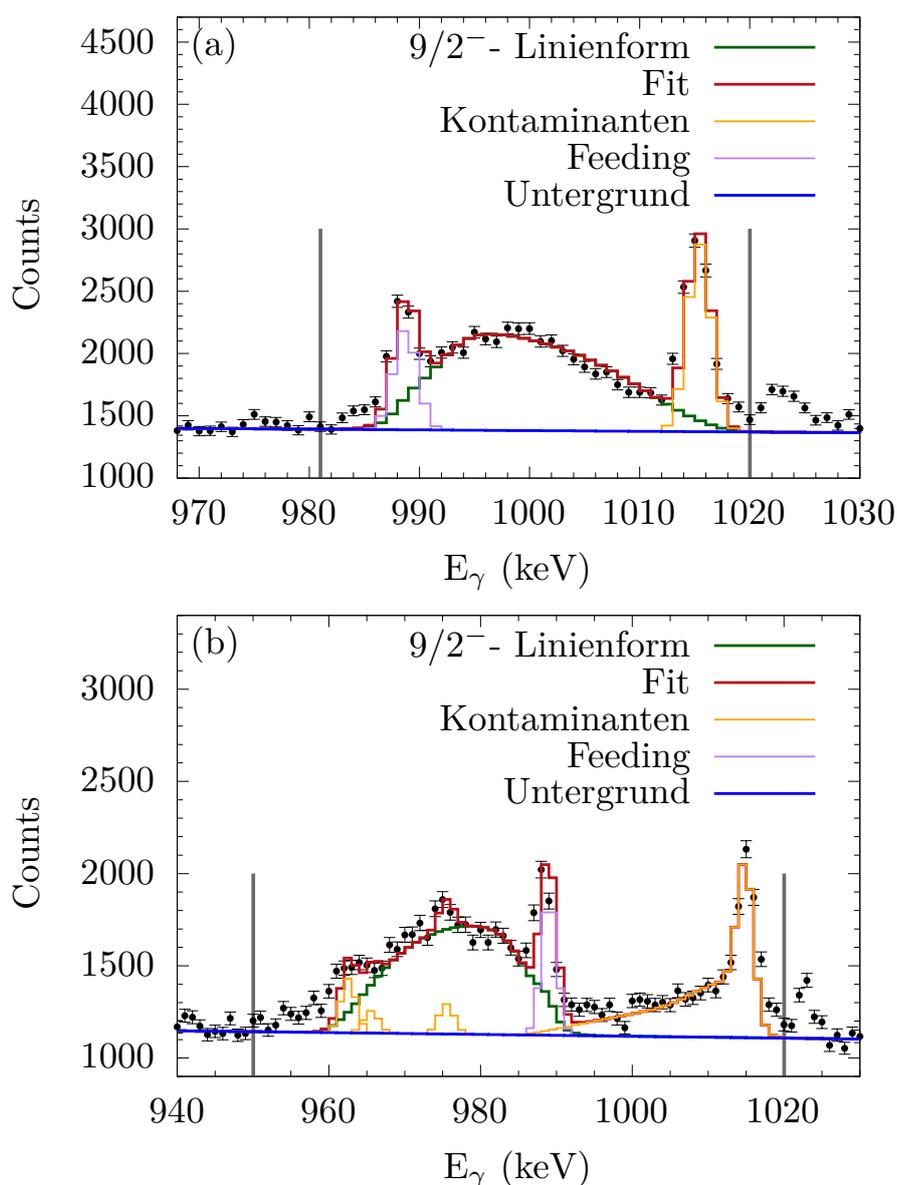


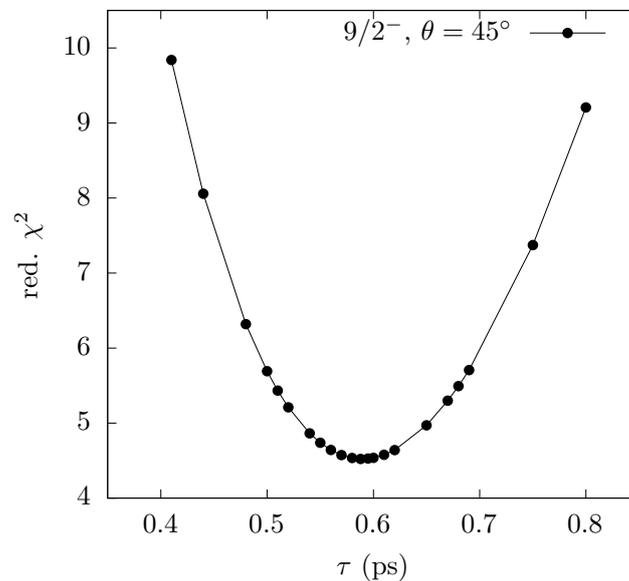
Abbildung 22: Ergebnis des Fits der Linienform für (a) Vorwärts- und (b) Rückwärtswinkel mittels APCAD. Für weitere Details siehe Text.

Tabelle 5: Ergebnisse der Lebensdaueranalyse des $9/2_1^-$ -Zustands für Vorwärts- und Rückwärtswinkel separat. Für weitere Details siehe Text.

J^π	Winkel	τ (ps)
$9/2_1^-$	45°	0,588(14)
$9/2_1^-$	142°	0,607(15)

untersuchten $9/2_1^- \rightarrow 7/2_1^-$ -Übergangs und wird als langlebig, also mit einer Lebensdauer von $\tau > 100$ ps, identifiziert. Zu höheren Energien liegt eine Kontaminante, die bei einer Energie von $E_\gamma = 1014,6$ keV einem angeregten Zustand in ^{27}Al zugeordnet wird. Dieser Zustand besitzt eine Lebensdauer von $\tau = 2,29(14)$ ps [39] und wird in der Analyse unter Rückwärtswinkeln angegeben. Zusätzlich liegen unter Rückwärtswinkeln noch drei weitere Kontaminanten, die vom Rückstoßkern nach Fusionsverdampfung am ^{27}Al stammen. Alle Kontaminanten werden auf die gleiche Weise wie beim $11/2_1^-$ -Zustand bestimmt und in die Lebensdaueranalyse miteinbezogen. Die aus der Analyse resultierenden Lebensdauern für den $9/2_1^-$ -Zustand für Vorwärts- und Rückwärtswinkeln sind in Tabelle 5 aufgeführt.

Die Fehler sind ebenfalls durch die Abweichung im 1σ -Intervall aus dem Programm APCAD bestimmt worden und stellen somit den statistischen Fehler der Lebensdauer dar. Diese

**Abbildung 23:** Das reduzierte χ^2 ist gegenüber der Lebensdauer des $9/2_1^-$ -Zustandes unter Vorwärtswinkel gezeigt. Es ist ein parabelförmiger Verlauf zu erkennen.

beiden Lebensdauern weichen leicht voneinander ab, stimmen jedoch im Rahmen beider statistischen Fehler überein.

Analog zu dem $11/2^-$ -Zustand ist in Abb. 23 das reduzierte χ^2 gegenüber der Lebensdauer des $9/2^-$ -Zustands unter Vorwärtswinkeln dargestellt. Ebenfalls zu erkennen ist der parabelförmige Verlauf mit der analysierten Lebensdauer bei einem minimalen χ^2 -Wert. Zusätzlich zeigt dies die Sensitivität, da eine geringe Abweichung der Lebensdauer einem größeren χ^2 und damit einer größeren Abweichung der Messwerte von der Linienform entspricht.

4.5.1 Fehleranalyse

Analog zur Analyse der Lebensdauer des $11/2_1^-$ -Zustands sind hier die gleichen Größen fehlerbehaftet. Diese Größen werden in der Analyse des systematischen Fehlers mit den gleichen Variationen miteinbezogen und dessen Einfluss auf die Lebensdauer untersucht.

Daher wird hier nur noch auf die Variation der fütternden Zustände des $9/2_1^-$ -Zustands näher

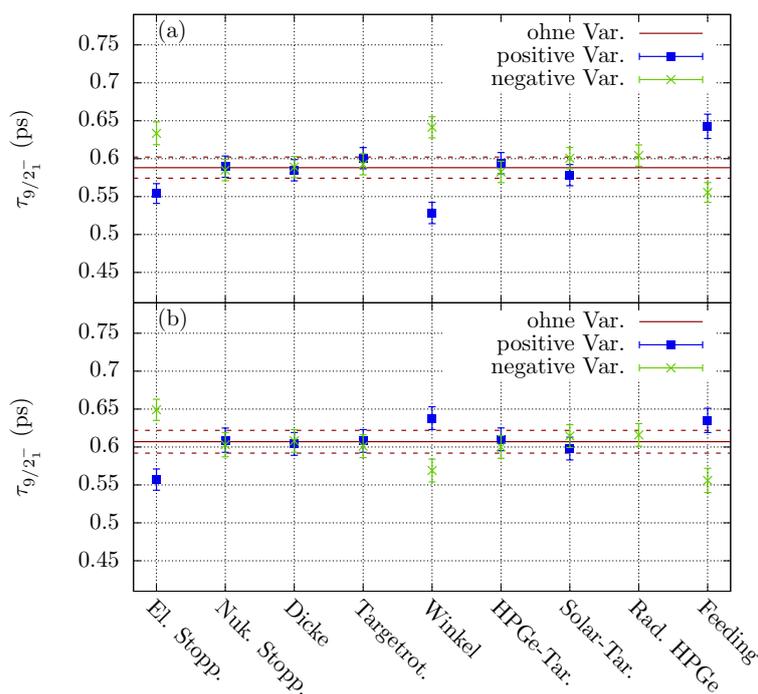


Abbildung 24: Die Analyse des systematischen Fehlers ist aufgeteilt in eine Variation der angegebenen Parameter für (a) Vorwärts- und (b) Rückwärtswinkel. Den größten Einfluss in negative Richtung hat der fütternde Zustand und in positive Richtung die Variation des elektrischen Abstopperhaltens.

eingegangen. Der Anteil und die Lebensdauer des fütternden Übergangs werden so variiert, dass sich bei gleicher Lebensdauer das reduzierte χ^2 um eins erhöht. Dementsprechend wird ein Anteil von 11 % und 16 % als Variation dessen angenommen. Eine Abweichung des χ^2 entsteht bei geringerer Lebensdauer, jedoch nicht für höhere Lebensdauern des fütternden Zustands. Daher wird zusätzlich die Lebensdauer von $\tau = 10$ ps angenommen. Beide Parameter werden einerseits einzeln und zusammen variiert. Die größte Abweichung in positive und negative Richtung der Lebensdauer wird verwendet.

In Abbildung 24 sind die Ergebnisse der einzelnen Lebensdaueranalyse nach Variation der angegebenen Parameter für Vorwärts- und Rückwärtswinkel zu erkennen. Bei dieser Analyse werden weitere Parameter, wie das Feeding und teilweise zusätzlich Kontaminanten und deren Lebensdauern, mit einbezogen, wodurch der Fit sensitiver auf Variationen der vorgegebenen Parameter ist. Die größte Abweichung in eine Richtung wird für Vorwärtswinkel durch die Variation des Winkels, unter dem die HPGe-Detektoren stehen, gegeben und in die andere Richtung durch das Feeding. Bei der Analyse unter Rückwärtswinkeln entsteht die größte Abweichung durch das elektronische Abstoppverhalten und das Feeding.

Damit ergibt sich insgesamt eine neue und präzise Lebensdauer des $9/2_1^-$ -Zustands von

$$\tau_{9/2_1^-} = 0,597(10)_{\text{stat.}} \left(\begin{smallmatrix} +55 \\ -60 \end{smallmatrix} \right)_{\text{sys.}} \text{ ps} \quad (4.2)$$

5 Schalenmodellrechnungen

Um die experimentell bestimmten Lebensdauern mit den theoretischen Vorhersagen des Schalenmodells vergleichen zu können, müssen die Lebensdauern in Übergangsstärken umgerechnet werden. Dazu wird das Programm TRANSNUCLEAR verwendet.

Die Lebensdauer des $11/2_1^-$ -Zustands mit $\tau = 2.74_{-28}^{+15}$ ps führt zu einer Übergangsstärke von $B(E2; 11/2^- \rightarrow 7/2^-) = 10.93_{-58}^{+123}$ W.u.. Die Übergangswahrscheinlichkeit für den elektrischen Quadrupolübergang ($E2$) des $9/2_1^-$ -Zustands in den $5/2^-$ -Grundzustand beläuft sich auf $B(E2; 9/2^- \rightarrow 5/2^-) = 7.04_{-91}^{+102}$ W.u..

5.1 Diskussion

Für die theoretische Beschreibung der $B(E2)$ Übergangsstärken werden Schalenmodellrechnungen mit der GXPF1A-Interaktion [40, 41] unter Verwendung des KSHELL-Codes [42] durchgeführt. Bei dieser Interaktion werden die Valenznukleonen in Bezug auf den doppeltmagischen ^{40}Ca -Kern im fp -Modellraum aufgefüllt. Dabei umfasst der fp -Modellraum die $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$ und $1f_{5/2}$ -Orbitale. Die GXPF1A-Interaktion ist in diesem Modellraum gut etabliert und basiert auf dem Fit an experimentellen Ergebnissen, um die Eigenschaften der Nuklide in der Region mit einer Protonenzahl Z bzw. Neutronenzahl N von 20-40 zu reproduzieren. Für alle Rechnungen wurden die effektiven Ladungen $e_\pi = 1.31e$ und $e_\nu = 0.46e$ verwendet, welche aus der Veröffentlichung von Dufour *et al.* [43] entnommen wurden.

In Abb. 25 (a) und Abb. 26 (a) sind die Anregungsenergien für den $11/2_1^-$ - und $9/2_1^-$ -Zustand für die ungerade-geraden Isotope zwischen Calcium und Nickel, ab einer Neutronenzahl von $N = 26$ gezeigt. Insgesamt reproduziert die GXPF1A-Interaktion die experimentellen Anregungsenergien dieser Zustände sehr gut und gibt den Verlauf gut wider für alle gezeigten Isotopenketten.

Außerdem ist der Anstieg der Anregungsenergien bei der magischen Neutronenzahl $N = 28$ für alle Isotope und beide Zustände zu erkennen, mit Ausnahme der Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands in den Mn-Isotopen. Dies könnte dadurch erklärt werden, dass der Grund-

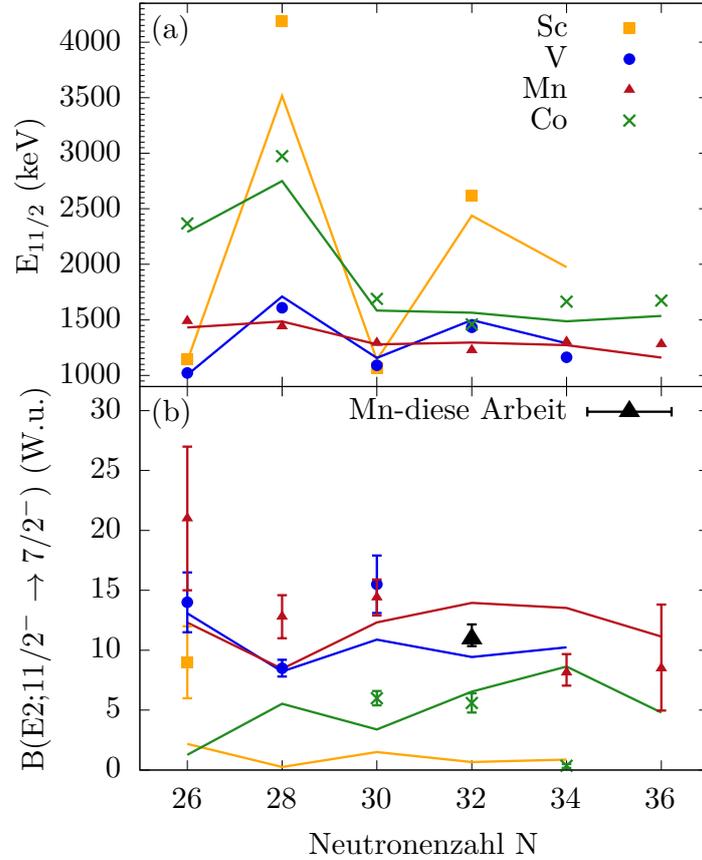


Abbildung 25: Ergebnisse der Schalenmodellrechnungen verglichen mit experimentellen Daten entlang der Sc-, V-, Mn- und Co-Isotopeⁱ, für die Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands und den Übergang in den $7/2^-$ -Zustand. Die Punkte stellen die experimentell bestimmten Werte dar und die berechneten Werte unter Verwendung der Schalenmodellinteraktion GXPF1A sind als durchgezogene Linien gezeigt.

zustand in den Mn-Isotopen ab einer Neutronenanzahl von $N = 30$ einem $5/2^-$ -Zustand entspricht, jedoch in ^{53}Mn ein $7/2^-$ -Zustand ist. In gerade-gerade Kernen beobachtet man bei dem angeregten 2^+ -Zustand einen Anstieg der Anregungsenergie bei einer magischen Anzahl an Neutronen in den Isotopen, weshalb in ungerade-gerade Kernen ebenfalls eine Erhöhung für den angeregten Zustand mit Spin um $2\hbar$ zusätzlich zum Grundzustand zu erwarten wäre. Sofern der Grundzustand ein $7/2^-$ -Zustand ist, entspricht der $11/2^-$ -Zustand ungefähr einem 2^+ -Zustand in gerade-gerade Kernen, bei einem $5/2^-$ -Zustand wäre dies

ⁱExperimentelle Daten für die $B(E2)$ -Stärken in den $^{61,59}\text{Mn}$ -Isotopen entnommen aus [44]. Sonstige Werte extrahiert aus der ENSDF Datenbank aufgerufen im September 2022. Version zugänglich unter <https://www.nndc.bnl.gov/ensdfarchivals/>

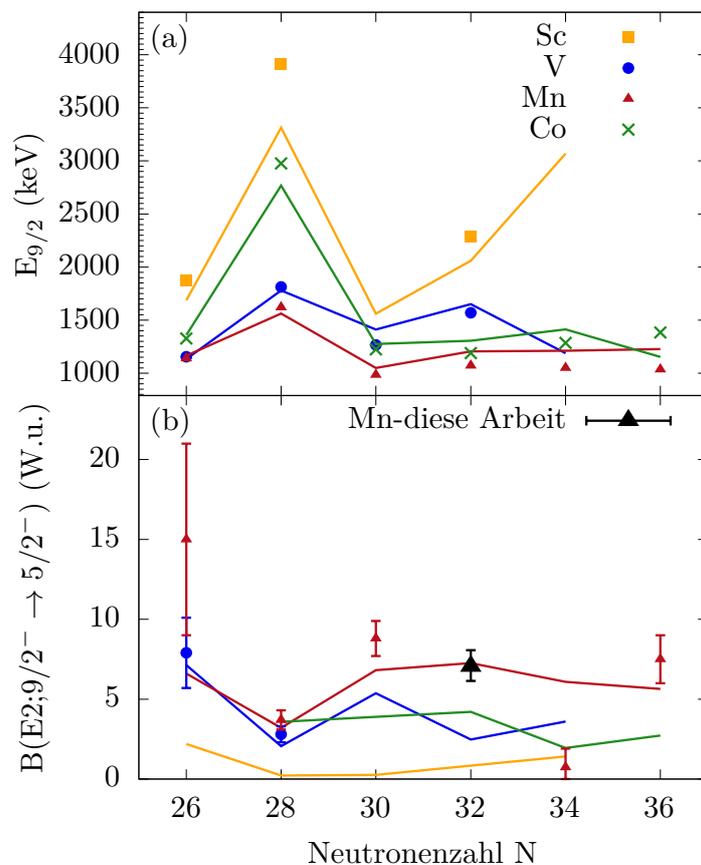


Abbildung 26: Ergebnisse der Schalenmodellrechnungen verglichen mit experimentellen Daten entlang der Sc-, V-, Mn- und Co-Isotope für die Anregungsenergie des $9/2_1^-$ -Zustands (a) und dessen Übergangsstärke in den $5/2^-$ -Zustand (b)ⁱⁱ. Die Farbwahl ist gleich gewählt zur Abb. 25

jedoch durch den $9/2^-$ -Zustand gegeben bei maximaler Spinausrichtung.

Da der Grundzustandsspin in den Mn-Isotopen bei der magischen Neutronenanzahl $N = 28$ sich von den neutronenreicheren Mn-Isotopen unterscheidet, ist dies ein Grund für das gleichmäßige Verhalten der Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands und das Verschwinden des Schalenabschlusses. Jedoch liegt die Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands nahe bei der des $9/2^-$ -Zustands in ^{53}Mn , weshalb bei der Energie des $9/2^-$ -Zustands ein Anstieg dieser und damit der Schalenabschluss sichtbar ist.

Zusätzlich sind in den protonenarmen Kernen, wie bei den Sc- und V-Isotopen ein Anstieg der Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands bei einer Neutronenanzahl von $N = 32$ erkennbar.

ⁱⁱExperimentelle Daten für die $B(E2)$ -Stärken in den $^{61,59}\text{Mn}$ -Isotopen entnommen aus [44]. Sonstige Werte extrahiert aus der ENSDF Datenbank aufgerufen im September 2022. Version zugänglich unter <https://www.nndc.bnl.gov/ensdfarchivals/>

Dies unterstützt den Unterschalenabschluss bei $N = 32$ für Kerne, die nahe an Calcium liegen, welcher für die gerade-gerade Kerne bis einschließlich Chrom in früheren Experimenten verifiziert wurde [1, 2, 4–7]. Im Gegensatz dazu liegt in den Co-Isotopen bei $N = 32$ ein Minimum der experimentell bestimmten Anregungsenergie des $11/2^-$ -Zustands vor. Dies zeigt das Verschwinden des Unterschalenabschluss mit steigender Anzahl an Protonen. Dieses Verhalten wurde ebenfalls in den gerade-gerade Fe-Isotopen beobachtet [5].

Durch die höhere Anzahl an Protonen in dem $\pi f_{7/2}$ -Orbital sinkt das $\nu f_{5/2}$ -Orbital und ist stärker gebunden, wodurch der lokale $\nu p_{3/2}$ -Unterschalenabschluss bei $N = 32$ verschwindet. Es ist experimentell in den Co-Isotopen ein leichter Anstieg bei der Neutronenanzahl $N = 34$ zu sehen, was ein Indiz für einen Unterschalenabschluss bei $N = 34$ ist. Eine weitere Größe zur Untersuchung eines Schalen- oder Unterschalenabschlusses ist die $B(E2)$ -Stärke des Grundzustandübergangs.

In Abb. 25 (b) und Abb. 26 (b) sind die $B(E2)$ -Übergangsstärken des $11/2^-$ - und $9/2^-$ -Zustands dargestellt ebenfalls für die Sc-, V-, Mn- und Co-Isotope. In schwarz sind die in dieser Arbeit bestimmten Übergangsstärken in ^{57}Mn gezeigt.

In den Sc-Isotopen wird der Schalenabschluss bei $N = 28$ durch eine geringere theoretische Übergangsstärke wiedergegeben. Jedoch existiert für ^{49}Sc bei $N = 28$ keine experimentelle Übergangsstärke als Vergleich. Außerdem liegt der experimentell bestimmte Wert bei $N = 26$ über dem von der Theorie erwarteten Wert. Im Gegensatz dazu werden die experimentell bestimmten Übergangswahrscheinlichkeiten des $11/2^- \rightarrow 7/2^-$ -Übergangs in den V-Isotopen von der Theorie sehr gut reproduziert, welche außerdem eine geringere $B(E2)$ -Stärke bei $N = 32$ erwartet und somit den Unterschalenabschluss bestätigt.

Des Weiteren wird der parabolische Trend der $B(E2)$ -Stärken in den Mn-Isotopen, der experimentell bei $N = 30$ sein Maximum besitzt, von der Theorie reproduziert, jedoch mit einem Maximum bei $N = 32$. Außerdem wird in ^{57}Mn die im Rahmen dieser Arbeit bestimmte $B(E2; 11/2^- \rightarrow 7/2^-)$ -Stärke von der GXPF1A-Interaktion leicht überschätzt. In den Co-Isotopen wird ein Abfall der experimentell bestimmten $B(E2)$ -Stärken für den $11/2^- \rightarrow 7/2^-$ -Übergang beobachtet. Dies unterstützt die These eines Unterschalenabschlusses bei $N = 34$. Der Verlauf der experimentellen Daten in den Co-Isotopen werden von der Schalenmodell-Interaktion nicht reproduziert. Außerdem wird mittels dieser Interaktion eine leicht erhöhte $B(E2)$ -Stärke bei der magischen Neutronenzahl $N = 28$ berechnet, die nicht der klassischen Reduktion der $B(E2)$ -Stärken bei einem Schalenabschluss entspricht. Die in dieser Arbeit experimentell bestimmte Übergangsstärke $B(E2; 9/2^- \rightarrow 5/2^-)$ in ^{57}Mn stimmt sehr gut mit dem berechneten Wert der GXPF1A-Interaktion überein. Außerdem

gibt die Theorie den parabolischen Verlauf der Mn-Isotope gut wieder mit Ausnahme von $N = 34$, bei dem die Übergangsstärke deutlich überschätzt wird. Bei $N = 32$ liegt weder experimentell noch theoretisch ein Minimum der Übergangsstärke vor und auch keine starke Erhöhung der Anregungsenergie des $9/2^-$ -Zustands. Dies zeigt, dass in Mangan kein Unterschalenabschluss bei $N = 32$ vorliegt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das im August 2021 durchgeführte Experiment zur Analyse der Lebensdauern angeregter Zustände in ^{57}Mn ausgewertet. Dabei wurden die Zustände nach einer Transferreaktion $^{55}\text{Mn}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{57}\text{Mn}$ populiert und unter Vorwärts- und Rückwärtswinkeln mit HPGe-Detektoren deren γ -Zerfall gemessen koinzident mit den unter Rückwärtswinkeln gemessenen Reaktionsprodukten.

Die daraus entstandenen γ -Spektren wurden mittels DSA-Methode analysiert und eine ausführliche Fehleranalyse durchgeführt. Die Lebensdauer des $11/2^-$ -Zustands mit $\tau = 2,74_{-28}^{+15}$ ps stimmt sehr gut mit der unteren Grenze von $\tau > 0,5$ ps, die von Nathan *et al.* evaluiert wurde, überein. Für den $9/2^-$ -Zustand konnte eine neue und präzise Lebensdauer von $\tau = 0,597_{-60}^{+55}$ ps bestimmt werden.

Die korrespondierenden $B(E2)$ -Übergangsstärken und die Anregungsenergien wurden mit Rechnungen der etablierten GXPF1A-Schalenmodellinteraktion entlang der Mn-Isotope eingeordnet. Die in dieser Arbeit bestimmten Übergangsstärken stimmen gut beziehungsweise für den $9/2^- \rightarrow 5/2^-$ -Übergang exakt mit den berechneten Werten überein. Unter Verwendung des KSHELL-Codes wurden mit der GXPF1A-Interaktion die Anregungsenergien und Übergangsstärken der ungerade-gerade Kerne zwischen Calcium und Nickel mit einer Neutronenzahl von $N = 26 - 36$ berechnet. Diese Ergebnisse wurden mit den experimentellen Daten früherer Experimente verglichen und der Schalenabschluss bei $N = 28$ und außerdem der Unterschalenabschluss bei $N = 32$ diskutiert.

Dabei stellt sich heraus, dass in den protonenarmen, Sc- und V-Isotopen ein Unterschalenabschluss bei $N = 32$ vorhanden ist, welcher sich durch erhöhte Anregungsenergien und niedrigere Übergangswahrscheinlichkeiten zeigt. Bei den Mn-Isotopen und auch den Co-Isotopen hingegen lässt sich ein solcher Unterschalenabschluss weder in den Anregungsenergien noch in den Übergangsstärken feststellen.

Um eine detailliertere Aussage über einen Unterschalenabschluss treffen zu können, wäre es sinnvoll die berechneten Wellenfunktionen in den $N = 32$ -Isotonen zu untersuchen. Außerdem könnte die Betrachtung und Diskussion magnetischer Momente des Grundzustands in

den Mn-Isotopen Aufschluss über deren Spin geben und einen Grund liefern, weshalb die fünf Protonen im $\pi f_{7/2}$ -Orbital nicht zu einem maximalen Spin von 7/2 koppeln.

Des Weiteren wären Übergangsstärken in den neutronenreicheren Sc-Isotopen hilfreich um das Schalenmodell detailliert zu testen.

Zusätzlich wurden in dem Experiment einige Zustände von ^{56}Mn populiert, von denen zwei eine Linienform aufweisen, die sich zur Lebensdaueranalyse mit der DSA-Methode eignen. Über diese Zustände sind bisher ebenfalls keine Lebensdauerinformationen bekannt.

Literatur

- [1] A. Huck, G. Klotz, A. Knipper, C. Miehé, C. Richard-Serre, G. Walter, A. Poves, H. L. Ravn and G. Marguier. *Phys. Rev. C* 31 6 (1985), S. 2226 (siehe S. 5, 9, 43).
- [2] A. Gade, R. V. F. Janssens, D. Bazin, R. Broda, B. A. Brown, C. M. Campbell, M. P. Carpenter, J. M. Cook, A. N. Deacon, B. F. D.-C. Dinca, S. J. Freeman, T. Glasmacher, P. G. Hansen, B. P. Kay, P. F. Mantica, W. F. Mueller, J. R. Terry, J. A. Tostevin and S. Zhu. *Phys. Rev. C* 74 2 (2006), S. 021302 (siehe S. 5, 9, 43).
- [3] D. Steppenbeck, S. Takeuchi, N. Aoi, P. Doornenbal, M. Matsushita, H. Wang, H. Baba, N. Fukuda, S. Go, M. Honma, J. Lee, K. Matsui, S. Michimasa, T. Motobayashi, D. Nishimura, T. Otsuka, H. Sakurai, Y. Shiga, P.-A. Söderström, T. Sumikama, H. Suzuki, R. Taniuchi, Y. Utsuno, J. J. Valiente-Dobón and K. Yoneda. *Nature* 502 7470 (2013), S. 207–210 (siehe S. 5, 9).
- [4] R. V. F. Janssens, *et al.*. *Physics Letters B* 546 1-2 (2002), S. 55–62 (siehe S. 5, 9, 43).
- [5] A. Goldkuhle, *et al.*. *Phys. Rev. C* 100 5 (2019), S. 054317 (siehe S. 5, 9, 43).
- [6] R. Chapman, S. Hinds and A. E. MacGregor. *Nuclear Physics A* 119 2 (1968), S. 305–324 (siehe S. 5, 9, 43).
- [7] M. Seidlitz, P. Reiter, A. Dewald, O. Möller, B. Bruyneel, S. Christen, F. Finke, C. Fransen, M. Górska, H. Grawe, A. Holler, G. Ilie, T. Kotthaus, P. Kudejová, S. M. Lenzi, S. Mandal, B. Melon, D. Mücher, J.-M. Regis, B. Saha, P. von Brentano, A. Wiens and K. O. Zell. *Phys. Rev. C* 84 (2011) (siehe S. 5, 9, 43).
- [8] H. Kleis, M. Seidlitz, A. Blazhev, L. Kaya, P. Reiter, K. Arnsward, A. Dewald, M. Droste, C. Fransen, O. Möller, N. Shimizu, Y. Tsunoda, Y. Utsuno, P. von Brentano and K. O. Zell. *Phys. Rev. C* 104 3 (2021), S. 034310 (siehe S. 5, 32).
- [9] A. M. Nathan, J. W. Olness, E. K. Warburton and J. B. McGrory. *Phys. Rev. C* 17 3 (1978), S. 1008 (siehe S. 6, 14–15, 30).
- [10] M. Goeppert-Mayer. *Physical Review* 75 12 (1949), S. 1969 (siehe S. 7).
- [11] O. Haxel, J. H. D. Jensen and H. E. Suess. *Physical Review* 75 11 (1949), S. 1766 (siehe S. 7).
- [12] K. Arnsward. „Lifetime measurements in self-conjugate nuclei ^{44}Ti , ^{48}Cr , and ^{52}Fe “. Masterarbeit. Institut für Kernphysik, Universität zu Köln, 2016 (siehe S. 8).

- [13] C. Stahl, J. Leske, M. Lettmann and N. Pietralla. *Computer Physics Communications* 214 (2017), S. 174–198 (siehe S. 10–11, 25).
- [14] H. Bethe. *Zeitschrift für Physik* 76 5 (1932), S. 293–299 (siehe S. 11).
- [15] J. Lindhard, M. Scharff and H. E. Schiøtt. Range concepts and heavy ion ranges. Bd. 33. Munksgaard Copenhagen, 1963 (siehe S. 11).
- [16] L. C. Northcliffe and R. F. Schilling. *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 7 3-4 (1970), S. 233–463 (siehe S. 11).
- [17] J. F. Ziegler and J. J. P. Biersack. „The stopping and range of ions in matter“. *Treatise on heavy-ion science*. Springer, 1985, S. 93–129 (siehe S. 12, 28).
- [18] J. F. Ziegler, M. D. Ziegler and J. P. Biersack. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 268 11-12 (2010), S. 1818–1823 (siehe S. 12, 28).
- [19] R. Bimbot. *Journal of the ICRU* 5 1 (2005), S. 1–253 (siehe S. 12, 28).
- [20] S. Agostinelli *et al.* *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 506 3 (2003), S. 250–303 (siehe S. 12, 28).
- [21] <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/> (siehe S. 13).
- [22] D. Steppenbeck, A. N. Deacon, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, S. Zhu, M. P. Carpenter, P. Chowdhury, M. Honma, T. Lauritsen, C. J. Lister, D. Seweryniak, J. F. Smith, S. L. Tabor and B. J. Varley. *Phys. Rev. C* 81 1 (2010), S. 014305 (siehe S. 13–14, 25–26, 34–35).
- [23] J. F. Mateja, C. P. Browne, C. E. Moss and J. B. McGrory. *Phys. Rev. C* 15 5 (1977), S. 1708 (siehe S. 13–14).
- [24] J. F. Mateja, L. R. Medsker, C. P. Browne, J. D. Zumbro, H. T. Fortune, R. Middleton and J. B. McGrory. *Phys. Rev. C* 23 6 (1981), S. 2435 (siehe S. 14).
- [25] K. A. Aniol, D. W. Gebbie, C. L. Hollas and J. Nurzynski. *Nuclear Physics A* 303 1-2 (1978), S. 154–184 (siehe S. 14).
- [26] N. G. Puttaswamy, W. Oelert, A. Djalois, C. Mayer-Böricke, P. Turek, P. W. M. Glaudemans, B. C. Metsch, K. Heyde, M. Waroquier, P. V. Isacker, G. Wenes, V. Lopac and V. Paar. *Nuclear Physics A* 401 2 (1983), S. 269–302 (siehe S. 14).
- [27] C. N. Davids, D. F. Geesaman, S. L. Tabor, M. J. Murphy, E. B. Norman and R. C. Pardo. *Phys. Rev. C* 17 5 (1978), S. 1815 (siehe S. 14).
- [28] I.-Y. Lee. *Nuclear Physics A* 520 (1990), S. c641–c655 (siehe S. 14).
- [29] C. N. Davids, B. B. Back, K. Bindra, D. J. Henderson, W. Kutschera, T. Lauritsen, Y. Nagame, P. Sugathan, A. V. Ramayya and W. B. Walters. *Nuclear Instruments*

-
- and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 70 1-4 (1992), S. 358–365 (siehe S. 14).
- [30] A. Dewald, O. Möller and P. Petkov. *Progress in Particle and Nuclear Physics* 67 3 (2012), S. 786–839 (siehe S. 16).
- [31] V. Karayonchev, J. Jolie, A. Blazhev, A. Dewald, A. Esmaylzadeh, C. Fransen, G. Häfner, L. Knafla, J. Litzinger, C. Müller-Gatermann, J.-M. Régis, K. Schomacker, A. Vogt and N. Warr. *Phys. Rev. C* 102 6 (2020), S. 064314 (siehe S. 16).
- [32] A. Winther. *Nuclear Physics A* 572 1 (1994), S. 191–235 (siehe S. 18, 27).
- [33] R. Yanez and W. Loveland. *Phys. Rev. C* 91 4 (2015), S. 044608 (siehe S. 18, 27).
- [34] F. Pühlhofer. *Nuclear Physics A* 280 1 (1977), S. 267–284 (siehe S. 18).
- [35] N. Saed-Samii. *Institute for Nuclear Physics University of Cologne (IKP)*. 93 (2017), S. 94–95 (siehe S. 19).
- [36] V. Zobel, J. Eberth, U. Eberth and E. Eube. *Nuclear Instruments and Methods* 141 2 (1977), S. 329–336 (siehe S. 19–20).
- [37] <http://www.srim.org/index.htm> (siehe S. 31–32).
- [38] C. Stahl. „New methods for the γ -ray spectroscopy with position-sensitive detector systems“. Doktorarbeit. Technische Universität, Darmstadt, 2015 (siehe S. 31).
- [39] P. Tikkanen, J. Keinonen, V. Karttunen and A. Kuronen. *Nuclear Physics A* 456 2 (1986), S. 337–348 (siehe S. 37).
- [40] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown and T. Mizusaki. *The European Physical Journal A-Hadrons and Nuclei* 25 1 (2005), S. 499–502 (siehe S. 40).
- [41] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown and T. Mizusaki. *Phys. Rev. C* 65 6 (2002), S. 061301 (siehe S. 40).
- [42] N. Shimizu, T. Mizusaki, Y. Utsuno and Y. Tsunoda. *Computer Physics Communications* 244 (2019), S. 372–384 (siehe S. 40).
- [43] M. Dufour and A. P. Zuker. *Phys. Rev. C* 54 4 (1996), S. 1641 (siehe S. 40).
- [44] T. Braunroth. „Lifetime Measurements in Neutron-rich Isotopes close to $N = 40$ and Development of a Simulation Tool for RDDS Spectra“. Doktorarbeit. Universität zu Köln, 2017 (siehe S. 41–42).

Abbildungsverzeichnis

1	Orbitale und Schalenabschlüsse des Schalenmodells.	8
2	Schematische Darstellung der DSA-Methode	11
3	Ausschnitt der Nuklidkarte um ^{57}Mn	13
4	Partielles Levelschema von ^{57}Mn	14
5	Experimenteller Aufbau mit HPGe-Detektoren und Solarzellen	16
6	Totale und differentielle Wirkungsquerschnitte im Schwerpunktsystem für Transferreaktionen an ^{55}Mn	17
7	Energiekalibrierung eines HPGe-Detektors unter Rückwärtswinkel.	20
8	Effizienzzeichnung der HPGe-Detektoren für Vorwärts- und Rückwärtswinkel.	21
9	Halbwertsbreite gegenüber der Energie der HPGe-Detektoren	21
10	Das aufgenommene Solarzellenspektrum, in dem die Anzahl an detektierten Teilchen gegenüber der Kanalnummer aufgetragen ist.	22
11	Das aufgenommene γ -Spektrum der HPGe-Detektoren ohne Gate auf nach- gewiesene Teilchen unter Vorwärtswinkeln ist dargestellt	23
12	γ -Spektrum nach dem Gate auf den höherenergetischen Peak in den Solarzellen	24
13	Partielles Levelschema mit allen Zuständen, die den $11/2_1^-$ -Zustand füttern	25
14	Das γ -Spektrum bei der Energie des $11/2_1^- \rightarrow 7/2_1^-$ -Übergangs	26
15	Stoppingmatrix für ^{57}Mn im Target.	28
16	Ergebnis des Fits der Linienform für (a) Vorwärts- und (b) Rückwärtswinkel des $11/2_1^-$ -Zustands mittels APCAD.	29
17	χ^2 aufgetragen gegen die Lebensdauer τ für den $11/2_1^-$ -Zustand	30
18	Vergleich des berechneten Abstopperhalten von SRIM mit experimentellen Werten	32
19	γ -Spektrum für Vorwärts- und Rückwärtswinkel bei einer Energie um 687 keV vom fütternden, beobachteten Zustand des $11/2_1^-$ -Zustands	32
20	Analyse des systematischen Fehlers für den $11/2_1^-$ -Zustand	33
21	Partielles Levelschema mit allen Zuständen, die den $9/2_1^-$ -Zustand füttern .	35
22	Ergebnis des Fits der Linienform für den $9/2_1^-$ -Zustands	36
23	χ^2 aufgetragen gegen die Lebensdauer τ für den $9/2_1^-$ -Zustand	37
24	Analyse des systematischen Fehlers der Lebensdauer des $9/2_1^-$ -Zustands . .	38
25	Vergleich der Schalenmodellrechnungen mit experimentellen Daten der Ener- gien und Übergangsstärken des $11/2_1^-$ -Zustands	41
26	Vergleich der Schalenmodellrechnungen mit experimentellen Daten der Ener- gien und Übergangsstärken des $9/2_1^-$ -Zustands	42

Tabellenverzeichnis

1	Ergebnisse der Lebensdauermessungen von Nathan <i>et al.</i> . Die Werte sind entnommen aus Ref. [9].	15
2	Wirkungsquerschnitte ($\sigma > 10$ mb) der Fusionsverdampfungsreaktion von ^{18}O -Strahl mit ^{27}Al -Backing bei einer Strahlenergie von 38 MeV berechnet mit CASCADE [34]. Die Kerne ^{42}Ca und ^{39}K werden am häufigsten populiert.	18
3	Ergebnisse der Lebensdaueranalyse für Vorwärts- und Rückwärtswinkel separat. Zusätzlich ist noch die bisherige Lebensdauerinformation von Nathan <i>et al.</i> als Literaturwert aufgeführt.	30
4	Fehlerquellen und deren Variationen bei der Untersuchung des systematischen Fehlers	31
5	Ergebnisse der Lebensdaueranalyse des $9/2_1^-$ -Zustands für Vorwärts- und Rückwärtswinkel separat. Für weitere Details siehe Text.	37

Danksagung

Ein großes Dankeschön gilt Herrn Professor Dr. Peter Reiter für die Bereitstellung des faszinierenden und umfangreichen Themas, die Unterstützung bei der Vorbereitung, Durchführung und Auswertung des Experiments. Vielen Dank, dass Sie immer ein offenes Ohr haben und für Ihre kompetente und hilfreiche Beratung und die konstruktiven Diskussionen. Ich danke zusätzlich herzlich Herrn Professor Dr. Jan Jolie für die Zweitkorrektur.

Des Weiteren gilt ein besonderer Dank an Herrn Maximilian Droste und Herrn Dr. Konrad Arnswald für die stetige Unterstützung, anschaulichen Erklärungen, die ständige Präsenz und Bereitschaft und die gesamte Betreuung. Ich danke euch und auch Herrn Dr. Vasil Karayonchev und Herrn Arwin Esmaylzadeh für die außerordentliche Unterstützung, Ideen und Hilfe bei der Planung, Durchführung und erste Analyse des Experiments. Zusätzlich bedanke ich mich für die konstruktive Kritik und schnelle Korrekturen.

Des Weiteren will ich mich bei Herrn Dr. Andrey Blazhev herzlichst bedanken für die kompetente Beratung und Hilfe der Auswertung der Schalenmodellrechnungen und die umfangreichen Tipps.

Ebenfalls möchte ich mich bei der gesamten Arbeitsgruppe für den seelischen Beistand, die Beratung und der Hilfe bei der Durchführung des Experiments bedanken, sowie allen, die uns mit Schichten unterstützten.

Nicht zuletzt gebührt ein ganz spezieller Dank an die emotionale Unterstützung, Beratung und hilfreichen Korrekturen meiner Familie, Freundinnen und Freunden.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne die Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer anderen Prüfung noch nicht vorgelegt worden. Ich versichere, dass die eingereichte elektronische Fassung der eingereichten Druckfassung vollständig entspricht.

Köln, den 28. September 2022

Hannah Kleis